

## Egalité - Identité - Equation

### 1) Egalité

On se contente de donner un exemple d'égalité :  $8 = 8$ .

### 2) Identité

Une identité s'exprime à l'aide d'une égalité et fait intervenir une ou plusieurs variables.

#### Exemples:

Pour  $a$  et  $b$  réels ( $a$  et  $b$  sont des variables),

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Il s'agit d'une identité car l'égalité est vérifiée quelque soit les valeurs prises par les variables dans l'ensemble considéré, ici l'ensemble des réels.

Pour tout  $x$  réel ( $\forall x \in \mathbb{R}$ ),  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ .

Il s'agit d'une égalité contenant un variable : il s'agit donc d'une identité car pour toute valeur réelle, l'égalité est vérifiée.

### 3) Equation à une variable

Une équation est une égalité contenant une variable. Cependant, cette égalité n'a lieu que pour certaines valeurs de la variable.

**Exemple :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $3x + 5 = 2x + 1$ .

Toutes les valeurs de  $x$  ne sont pas solutions.

En effet, si  $x = 0$  alors  $3x + 5 = 3 \times 0 + 5 = 5$  et  $2x + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1$ .

Or  $5 \neq 1$  donc  $0$  n'est pas solution de l'équation.

On cherche donc la valeur de la variable  $x$  réelle pour laquelle l'égalité est vérifiée.

$x$  est alors appelée l'inconnue.

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 2x + 1 \iff 3x - 2x = 1 - 5 \\ &= x = -4 \end{aligned}$$

Ainsi  $-4$  est la solution de l'équation. On peut aussi parler de racine de l'équation.

**4) Equation paramétrique**

On souhaite déterminer les valeurs du paramètre réel  $m$  tel que l'équation  $mx + 2m - 5 = 0$  admette 1 pour solution.

$x$  est l'inconnue et  $m$  est le paramètre.

Ainsi, pour chaque valeur de  $m$  est associée une équation différente en  $x$ .

Par exemple, si  $m = 0$ , on obtient l'équation

$-5 = 0$  qui ne possède pas de solution. On note donc  $S = \emptyset$ .

Si  $m = 1$ , l'équation devient  $x + 2 - 5 = 0$  c'est à dire  $x - 3 = 0$  qui a pour solution  $x = 3$ . On note alors  $S = \{3\}$ .

Il existe donc une infinité d'équations associées au paramètre  $m$

La question de l'exercice est ainsi de déterminer la valeur du paramètre  $m$  pour que l'équation en  $x$  admette 1 pour solution.

Ainsi 1 est solution si et seulement si en remplaçant  $x$  par 1 l'égalité est vérifiée ou encore si et

seulement si  $m + 2m - 5 = 0$  ou encore si et seulement si  $m = \frac{5}{3}$ .

Ainsi, lorsque  $m = \frac{5}{3}$ , l'équation s'écrit  $\frac{5}{3}x - \frac{10}{3} - 5 = 0$ ,

c'est à dire  $\frac{5}{3}x - \frac{5}{3} = 0$  que l'on réécrit  $\frac{5}{3}x = \frac{5}{3}$  soit  $x = 1$ .

On a donc trouvé la valeur du paramètre  $m$  tel que l'équation en  $x$  possède 1 pour solution.