

Egalité - Identité - Equation

1) Egalité

On se contente de donner un exemple d'égalité : $8 = 8$.

2) Identité

Une identité s'exprime à l'aide d'une égalité et fait intervenir une ou plusieurs variables.

Exemples:

Pour a et b réels (a et b sont des variables),

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Il s'agit d'une identité car l'égalité est vérifiée quelque soit les valeurs prises par les variables dans l'ensemble considéré, ici l'ensemble des réels.

Pour tout x réel ($\forall x \in \mathbb{R}$), $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

Il s'agit d'une égalité contenant une variable : il s'agit donc d'une identité car pour toute valeur réelle, l'égalité est vérifiée.

3) Equation à une variable

Une équation est une égalité contenant une variable. Cependant, cette égalité n'a lieu que pour certaines valeurs de la variable.

Exemple :

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $3x + 5 = 2x + 1$.

Toutes les valeurs de x ne sont pas solutions.

En effet, si $x = 0$ alors $3x + 5 = 3 \times 0 + 5 = 5$ et $2x + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1$.

Or $5 \neq 1$ donc 0 n'est pas solution de l'équation.

On cherche donc la valeur de la variable x réelle pour laquelle l'égalité est vérifiée.

x est alors appelée l'inconnue.

$$\begin{aligned} 3x + 5 = 2x + 1 &\iff 3x - 2x = 1 - 5 \\ &= x = -4 \end{aligned}$$

Ainsi -4 est la solution de l'équation. On peut aussi parler de racine de l'équation.

4) Equation paramétrique

On souhaite déterminer les valeurs du paramètre réel m tel que l'équation $mx + 2m - 5 = 0$ admette 1 pour solution.

x est l'inconnue et m est le paramètre.

Ainsi, pour chaque valeur de m est associée une équation différente en x .

Par exemple, si $m = 0$, on obtient l'équation

$-5 = 0$ qui ne possède pas de solution. On note donc $S = \emptyset$.

Si $m = 1$, l'équation devient $x + 2 - 5 = 0$ c'est à dire $x - 3 = 0$ qui a pour solution $x = 3$. On note alors $S = \{3\}$.

Il existe donc une infinité d'équations associées au paramètre m .

La question de l'exercice est ainsi de déterminer la valeur du paramètre m pour que l'équation en x admette 1 pour solution.

Ainsi 1 est solution si et seulement si en remplaçant x par 1 l'égalité est vérifiée ou encore si et seulement si $m + 2m - 5 = 0$ ou encore si et seulement si $m = \frac{5}{3}$.

Ainsi, lorsque $m = \frac{5}{3}$, l'équation s'écrit $\frac{5}{3}x - \frac{10}{3} - 5 = 0$,

c'est à dire $\frac{5}{3}x - \frac{5}{3} = 0$ que l'on réécrit $\frac{5}{3}x = \frac{5}{3}$ soit $x = 1$.

On a donc trouvé la valeur du paramètre m tel que l'équation en x possède 1 pour solution.