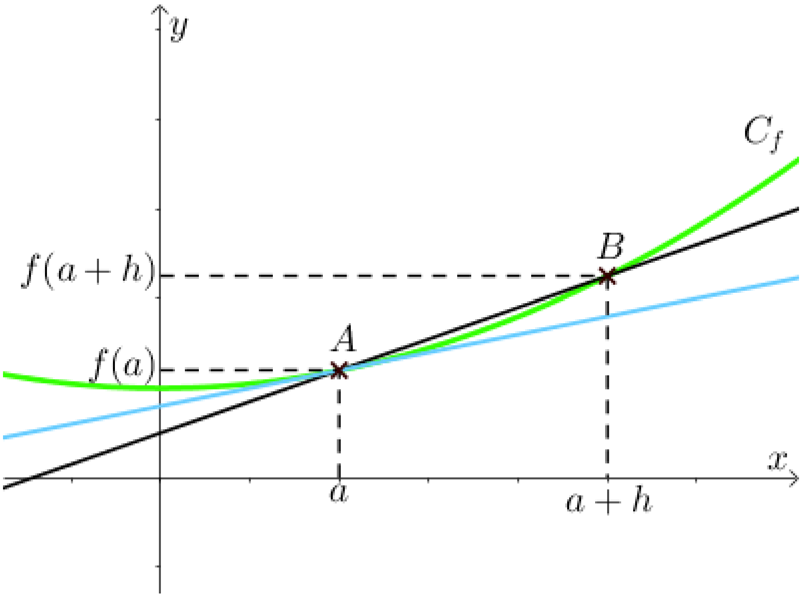
Nombre dérivé

Définition :

Soient f une fonction définie sur I et a et b deux points appartenant à la courbe représentative de la fonction f ayant pour coordonnées respectives $(a; f(a))$ et $(a+h; f(a+h))$ où h est un réel,

le **coefficient directeur** de la droite (AB) est $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(a+h)-f(a)}{a+h-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

: c'est aussi le **taux d'accroissement**.



Le réel h est choisi de **plus en plus petit** de telle manière que le point B se rapproche du point A et que la droite (AB) se rapproche de la droite bleue.

On notera alors $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

Si le résultat de ce calcul est un **réel** l , alors la fonction f est **dérivable** en a et l est noté $f'(a)$:

$f'(a)$ est le **nombre dérivé** de la fonction f au point a .

Exemple :

On considère $f(x) = x^2$.

Soit a un réel,

on commence par **calculer le taux d'accroissement**

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} = 2a + h \text{ après simplification par } h$$.

Puis on **calcule la limite** de ce taux d'accroissement, $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = 2a$.

Or $2a$ est un nombre fini, donc la fonction f est dérivable en a et $f'(a) = 2a$.