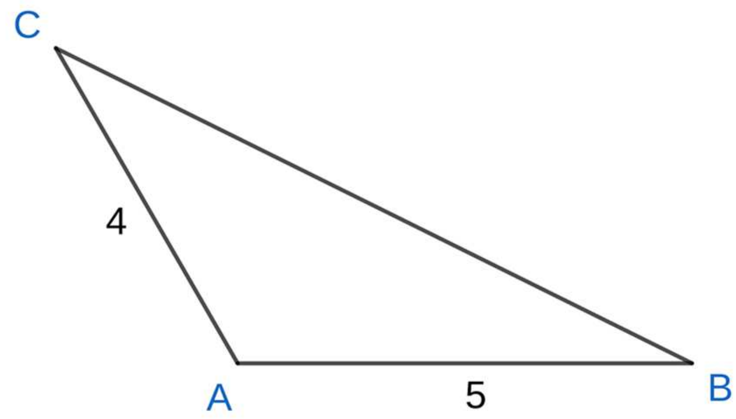
ORTHOGONALITÉ ET DISTANCES DANS L'ESPACE

Questions flash

QUESTION 1

Dans le plan, on considère le triangle ABC avec $AB = 5$, $AC = 4$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -10$.

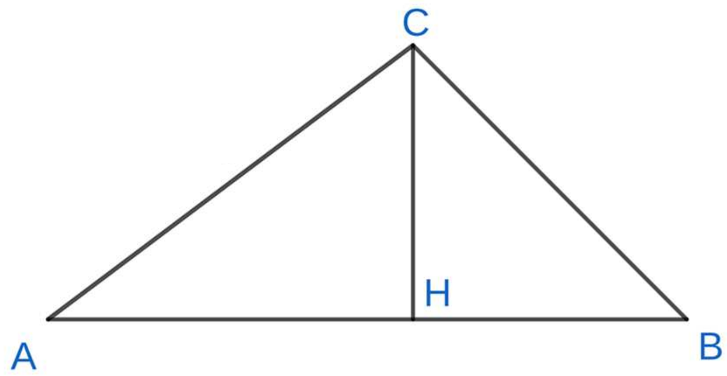
Donner une mesure en radians de l'angle $\widehat{CAB}$.



QUESTION 2

Dans le plan, on considère le triangle ABC tel que $AB = 7$.
H est le projeté orthogonal de C sur (AB).
On donne $AH = 4$.

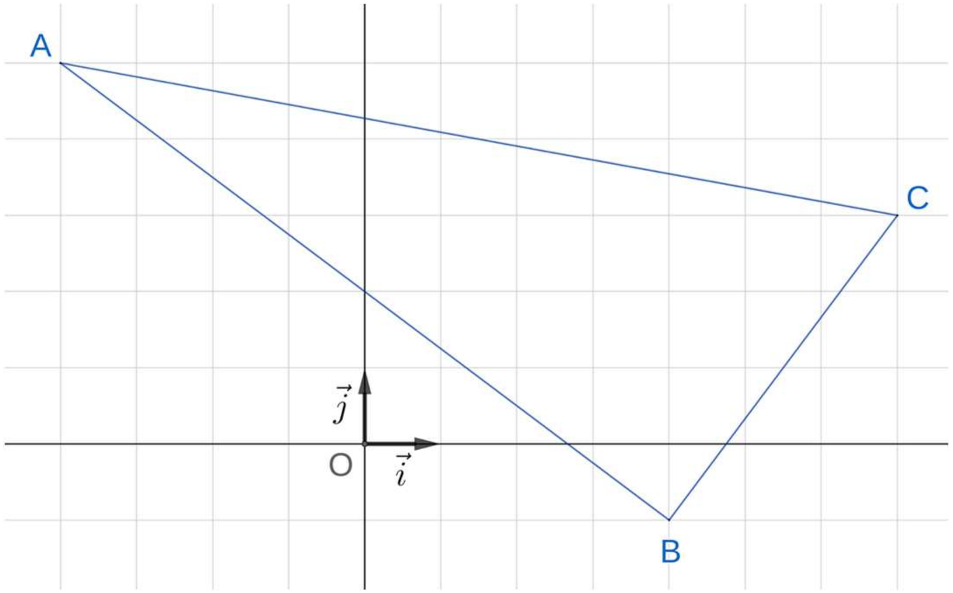
Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.



QUESTION 3

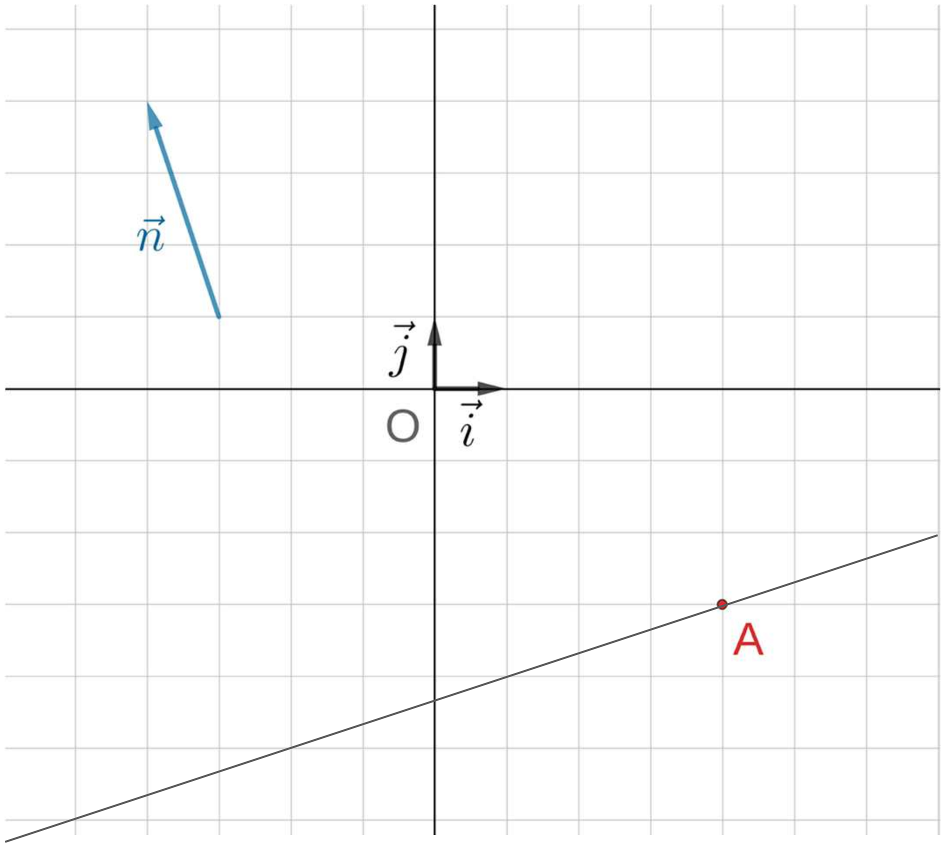
Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\ \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points *A(-4; 5), B(4; -1)* et *C(7; 3).*

Montrer que le triangle *ABC* est rectangle en *B.*



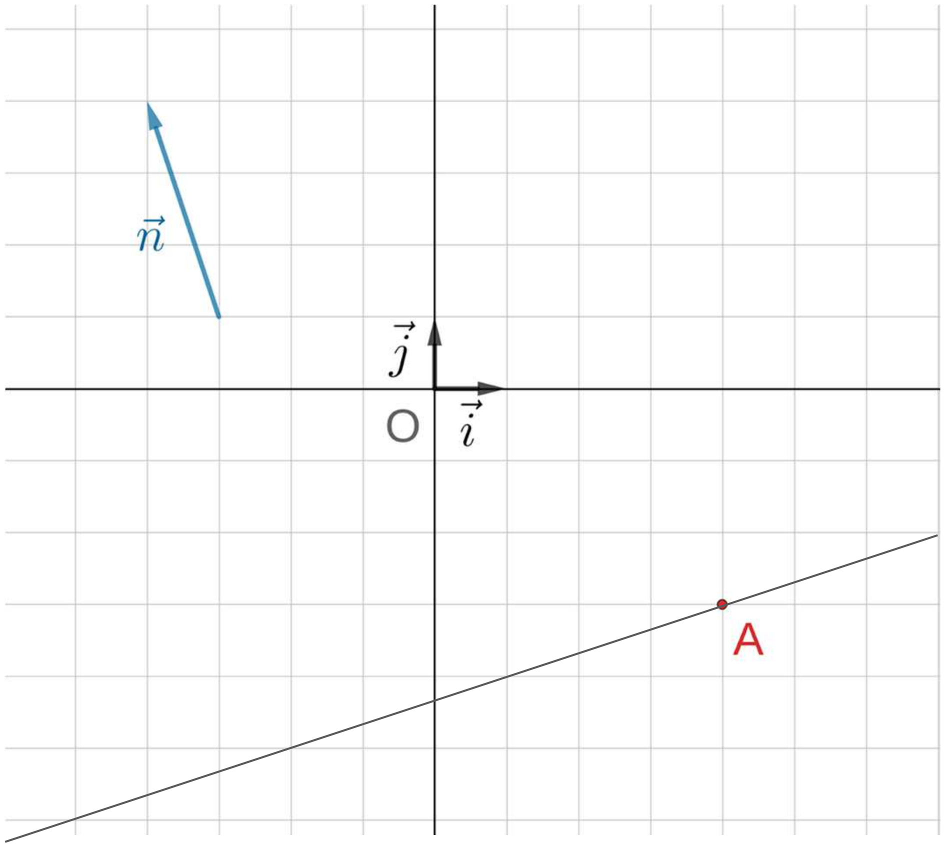
QUESTION 4

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\ \vec{i},\vec{j})$ on considère le point *A(4; -3)* ainsi que le vecteur $\vec{n}$ dont on donne un représentant.



QUESTION 4

Déterminer une équation cartésienne de la droite *d* passant par A et ayant pour vecteur normal le vecteur $\vec{n}$.



DANS L'ESPACE…

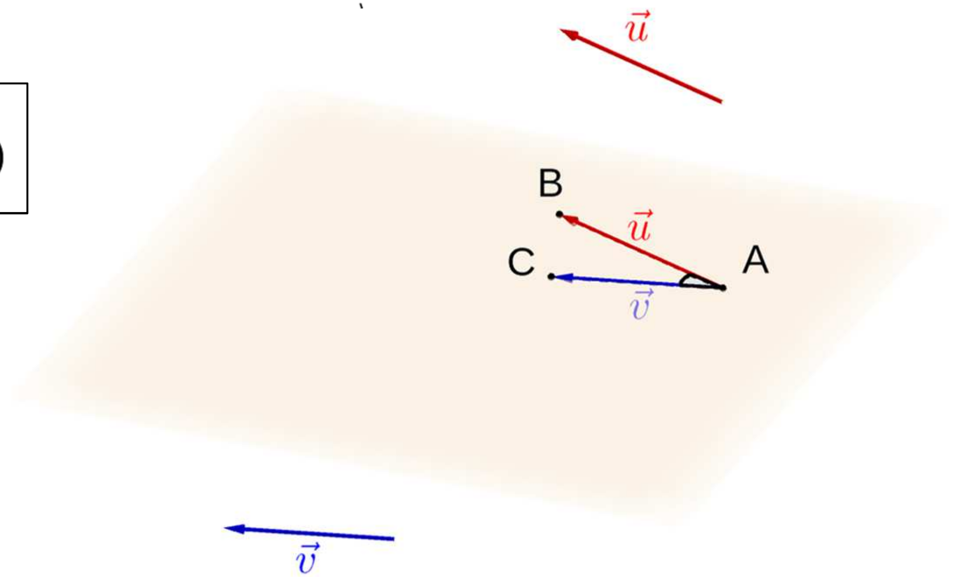
Choisir des représentants pour faire comme dans le plan…

Etant donnés deux vecteurs non nuls de l'espace $\vec{u}$ et $\vec{v}$,
on considère trois points A, B et C tels que :

$$\overrightarrow{AB} = \vec{u} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} = \vec{v}$$

On définit ainsi le **produit scalaire** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, par :

$$\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = AB \times AC \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)}$$



Cas du vecteur nul :

Lien avec la norme :

… nous permet de :

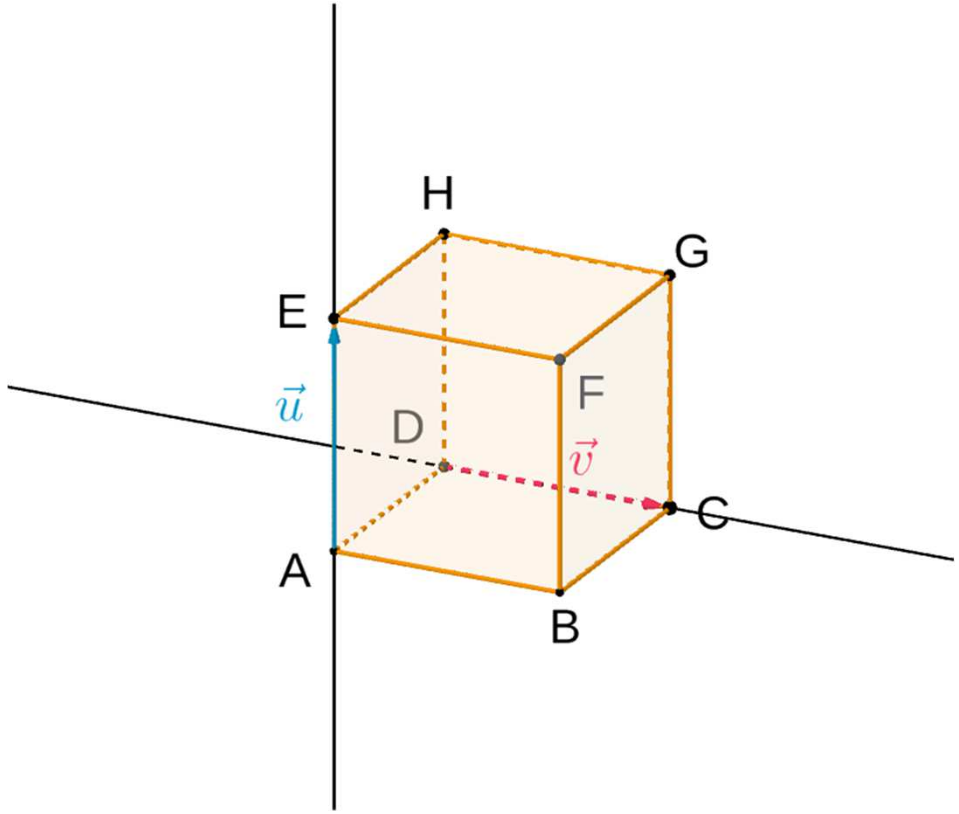
- conserver les propriétés de bilinéarité et de symétrie du produit scalaire dans l’espace et ainsi les formules de polarisation.

… nous permet de :

- caractériser l’orthogonalité de deux vecteurs de l’espace par la **nullité** de leur produit scalaire.

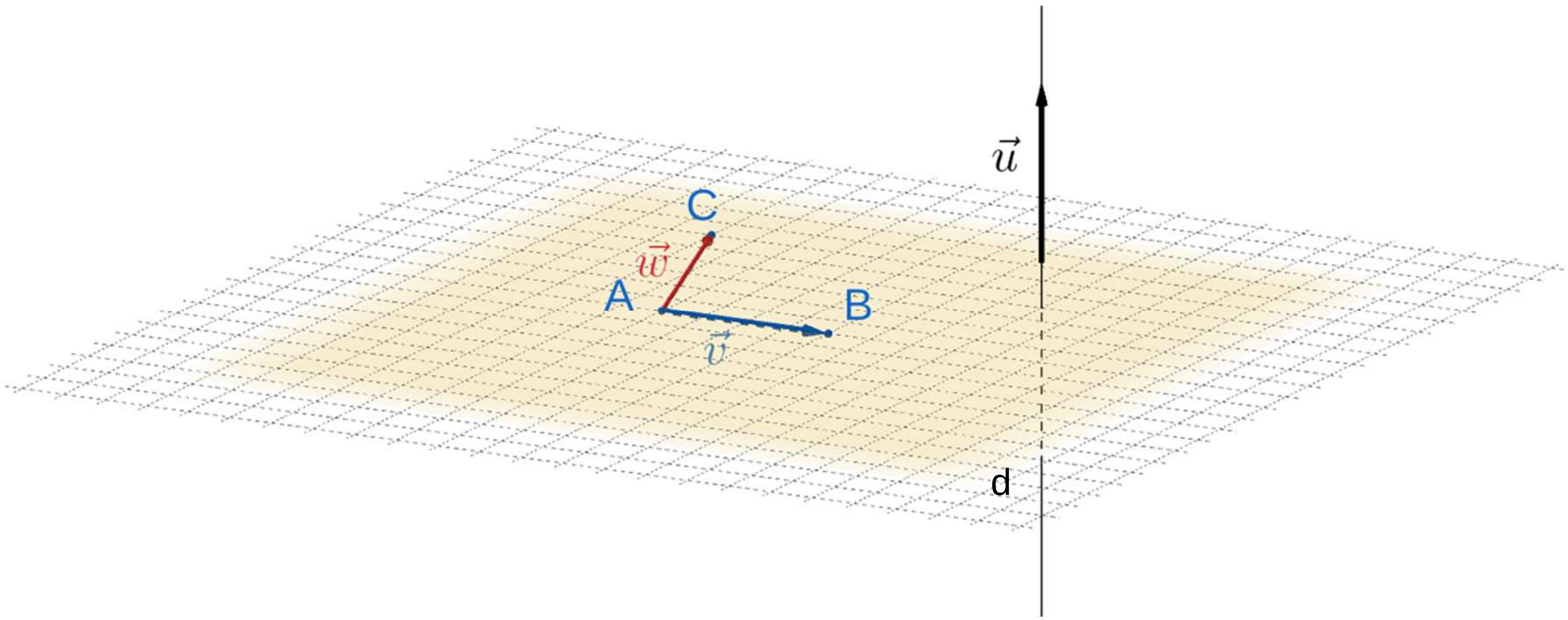
Et de ce fait, nous pouvons définir les notions de :

- droites orthogonales de l'espace,



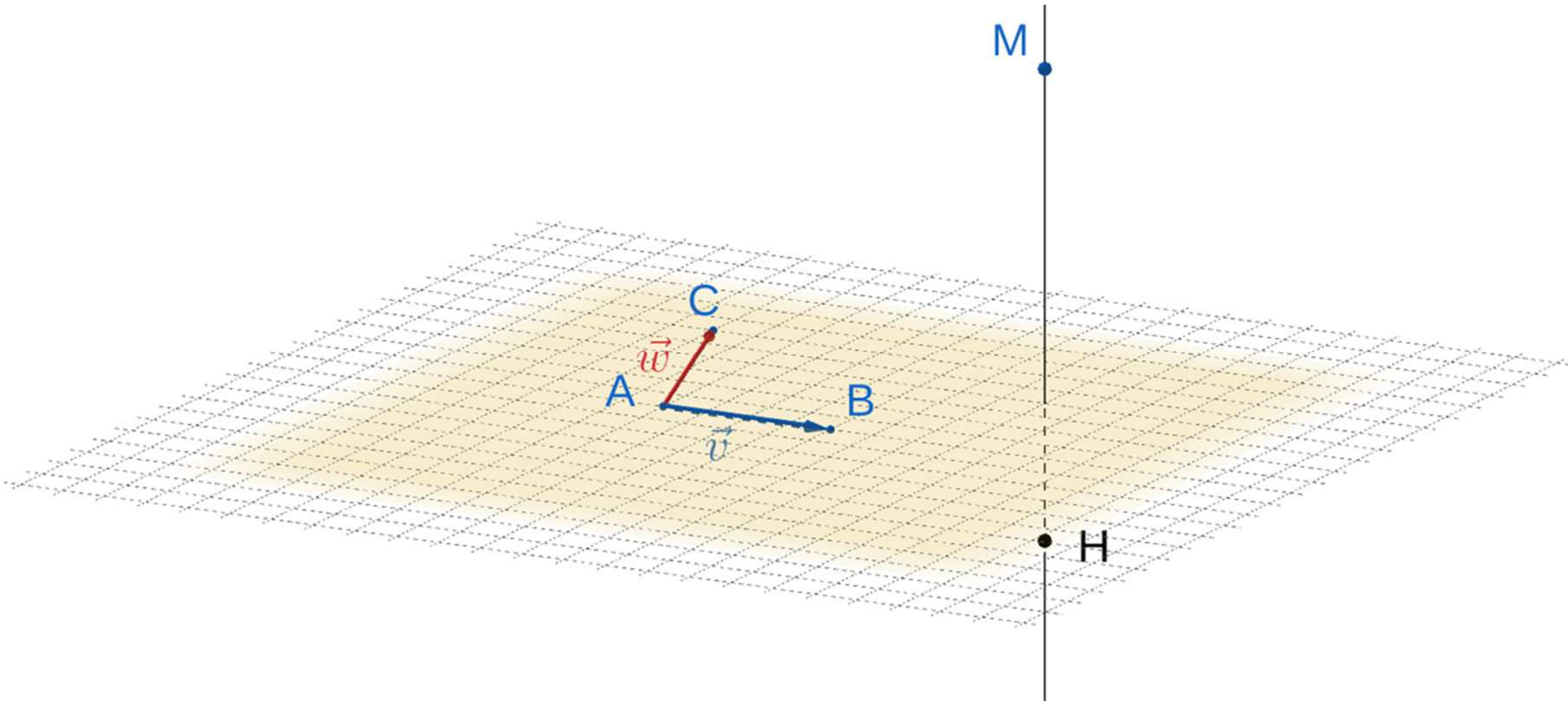
Et de ce fait, nous pouvons définir les notions de :

- droite orthogonale à un plan de l'espace,



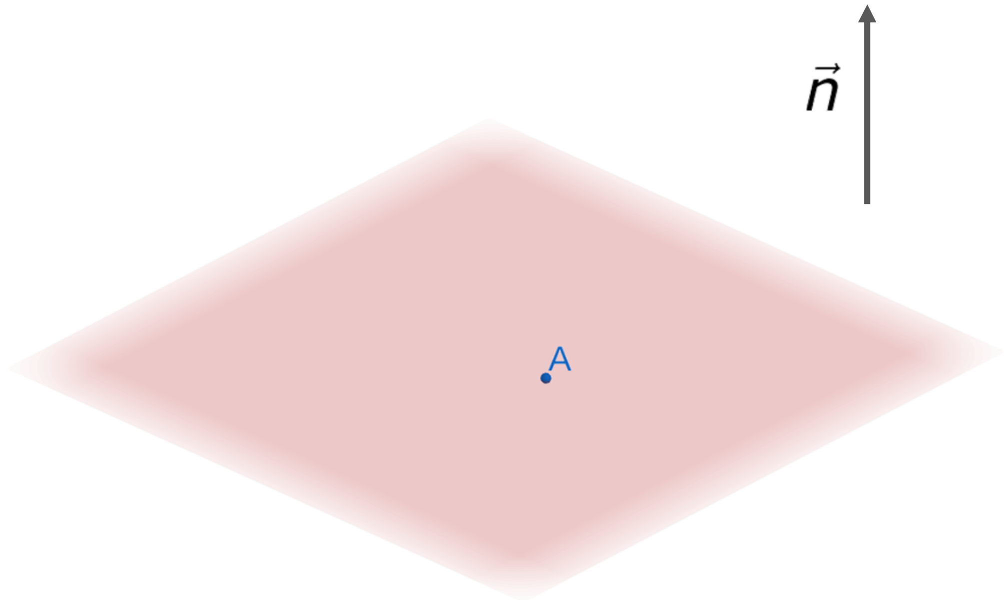
Et de ce fait, nous pouvons définir les notions de :

- de projeté orthogonal d'un point sur un plan,



Et aussi :

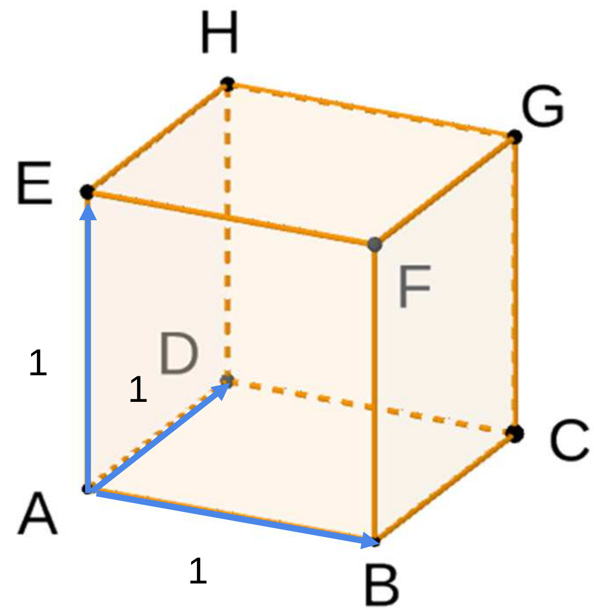
- caractériser un plan par un point et un vecteur (normal).



Partons maintenant sur de nouvelles bases…

On peut construire:

- une base orthonormée de l’espace,
- un repère orthonormé de l’espace.



On va pouvoir ainsi donner :

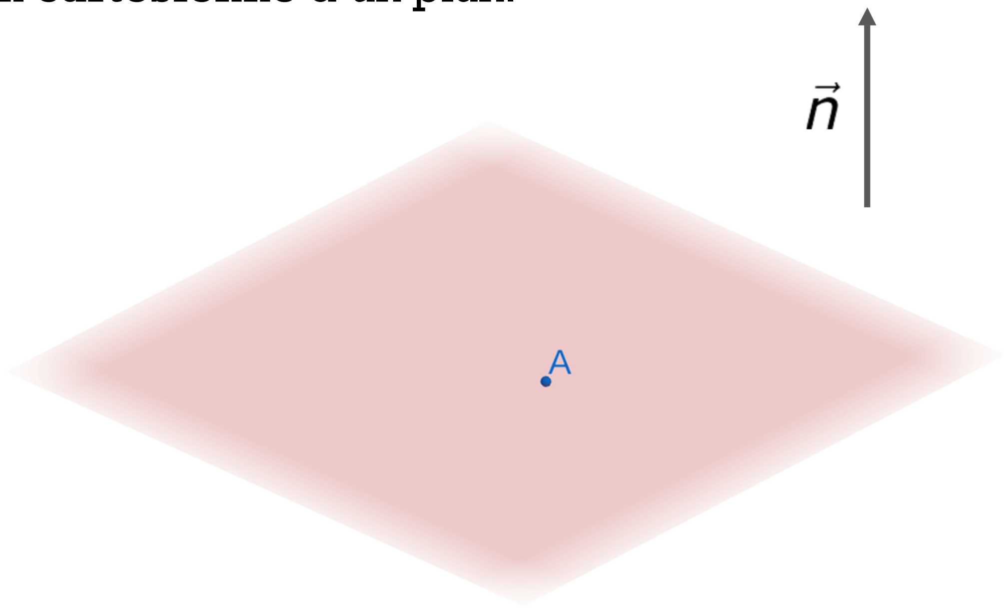
- l’expression de la norme d’un vecteur en fonction de ses coordonnées dans une base orthonormée.

On va pouvoir ainsi donner :

- l'expression du produit scalaire de deux vecteurs en fonction de leurs coordonnées dans une base orthonormée.

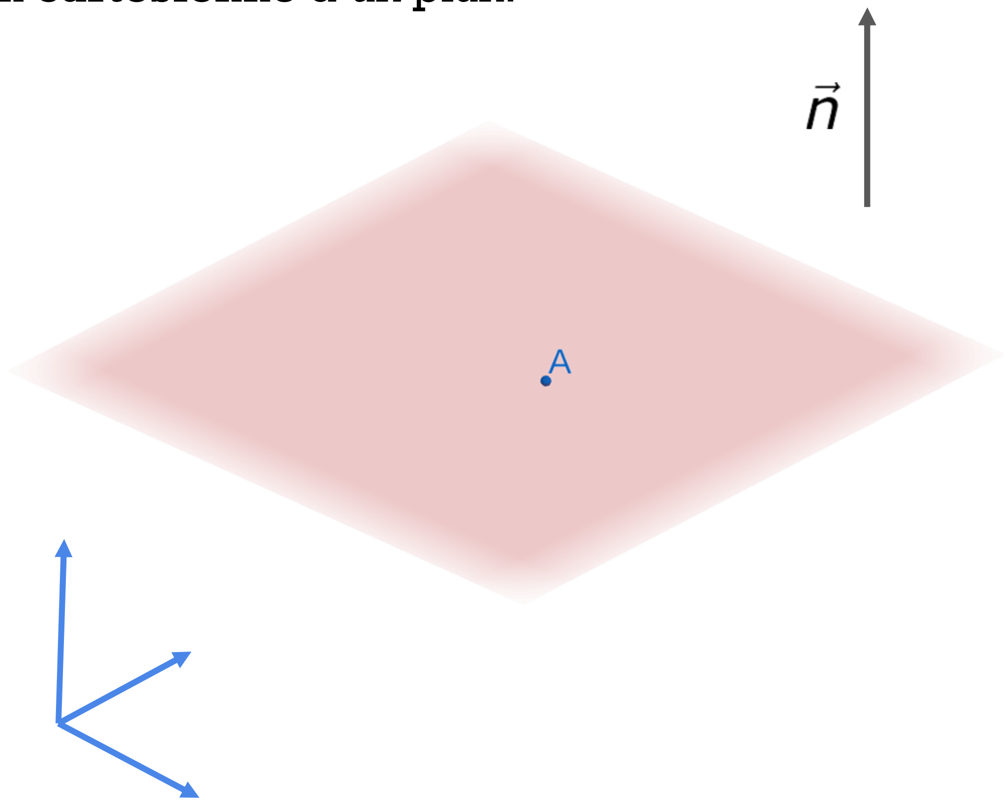
Une application importante :

- la détermination d'une **équation cartésienne** d'un plan.



Une application importante :

- la détermination d'une **équation cartésienne** d'un plan.

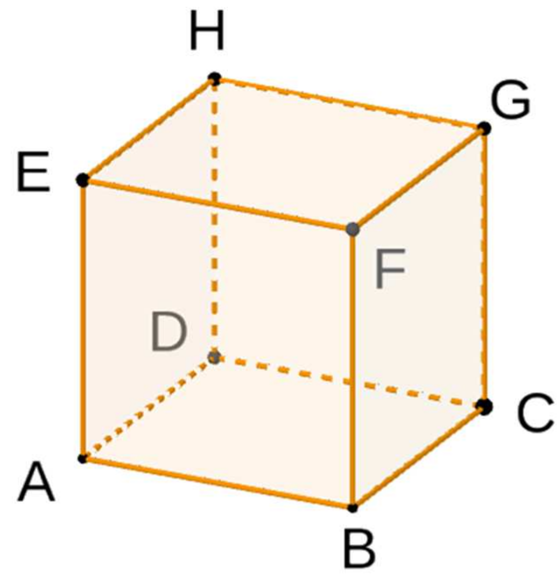


EXERCICES

EXERCICE 1

On considère le cube *ABCDEFGH* tel que *AB* = *a.*

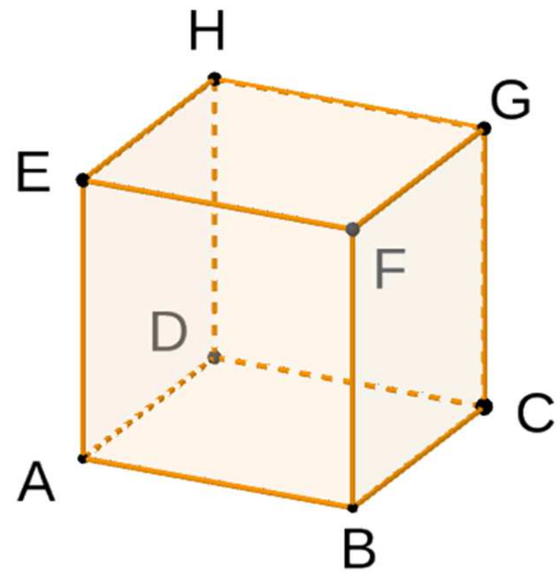
1. Donner une droite orthogonale à la droite *(HF).*
2. Donner un plan orthogonal à *(HD).*
3. Quel est le projeté orthogonal de *D* sur le plan *(BFG).*



EXERCICE 1

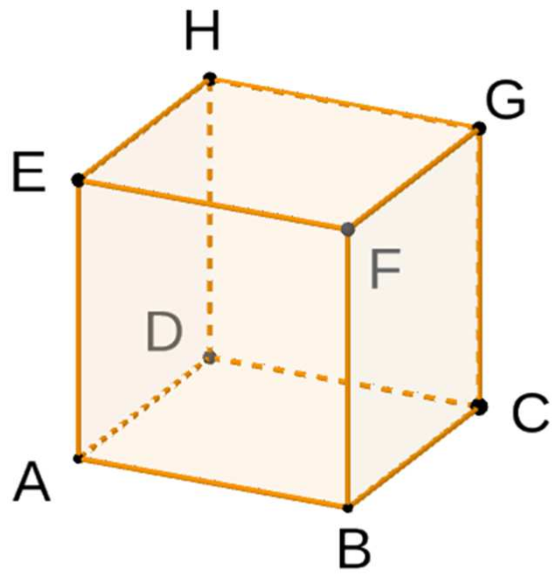
On considère le cube $ABCDEFGH$ tel que $AB = a$.

4. Donner l'expression de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$ en fonction de a.



EXERCICE 2

On considère le cube *ABCDEFGH* tel que $AB = 1$.
On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$

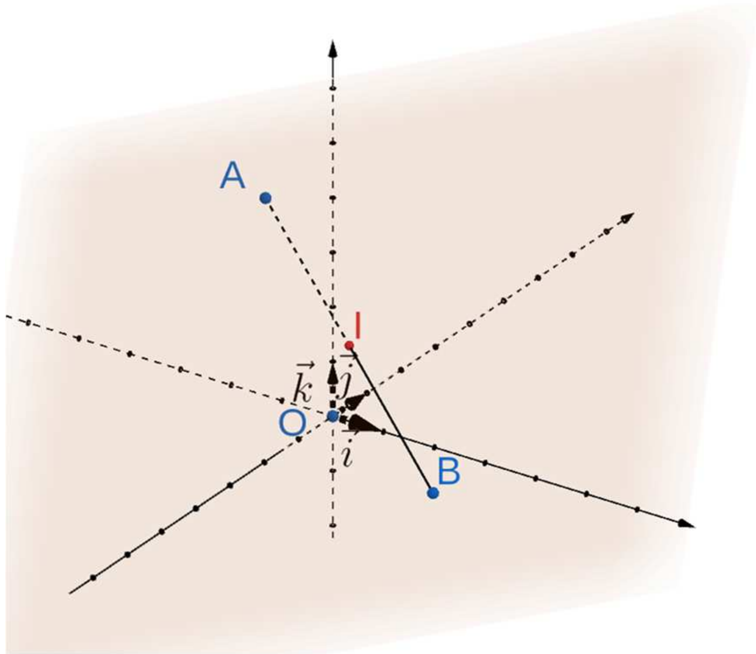


1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AG}$
2. Calculer AG et en déduire une mesure approchée de l'angle $\widehat{GAB}$

EXERCICE 3

On munit l'espace d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On considère les points *A(-2; 1; 3)* et *B(4; -3; 1).*

Déterminer une équation cartésienne du plan *P* ayant pour vecteur normal $\overrightarrow{AB}$ et passant par le milieu *I* du segment *[AB].*



EXERCICE 3

(P est appelé le **plan médiateur** *du segment [AB].)*