VECTEURS, DROITES ET PLANS DE L'ESPACE

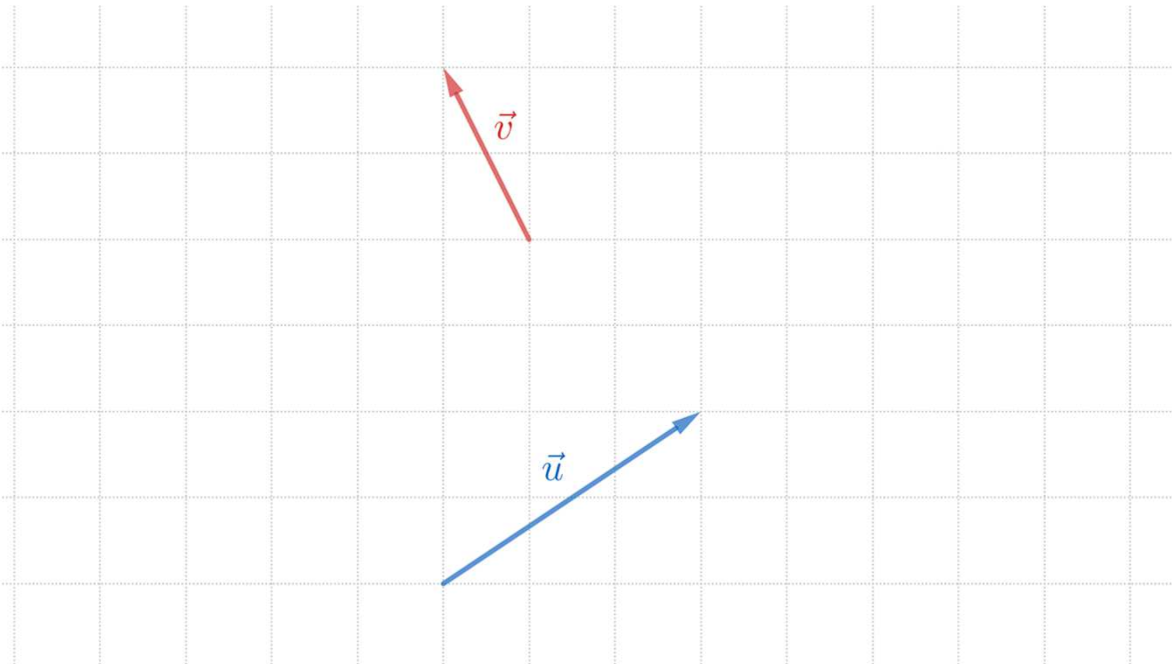
Questions flash

QUESTION 1

Dans le plan, on considère des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Construire un représentant du vecteur $\vec{w}$ vérifiant

$$\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$$

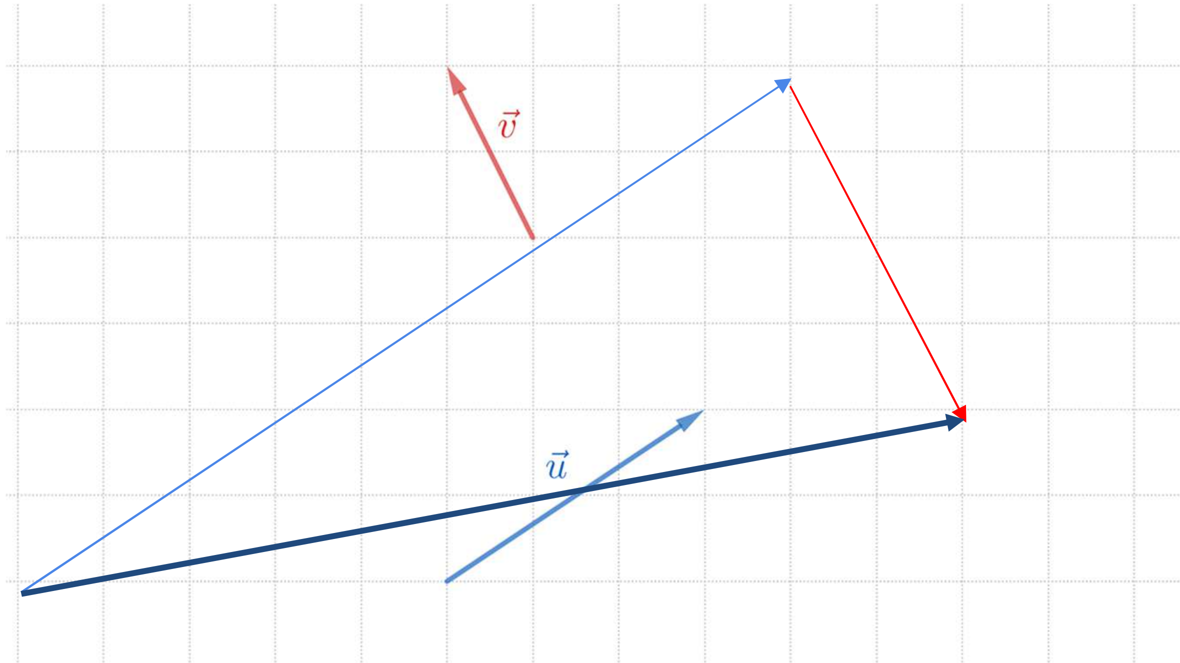


QUESTION 1

Dans le plan, on considère des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

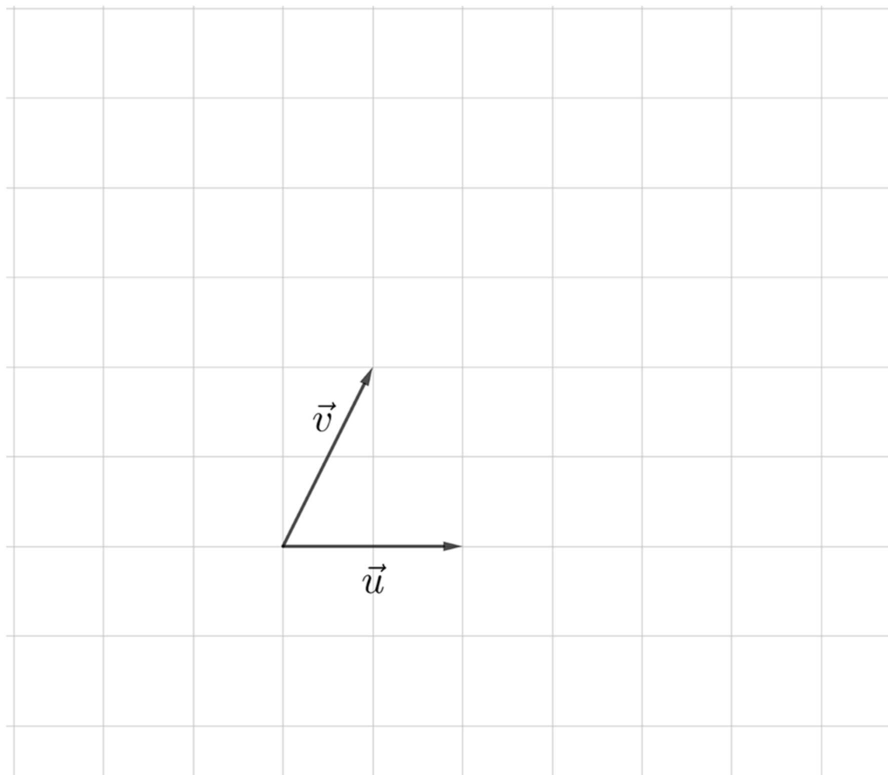
Construire un représentant du vecteur $\vec{w}$ vérifiant

$$\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$$



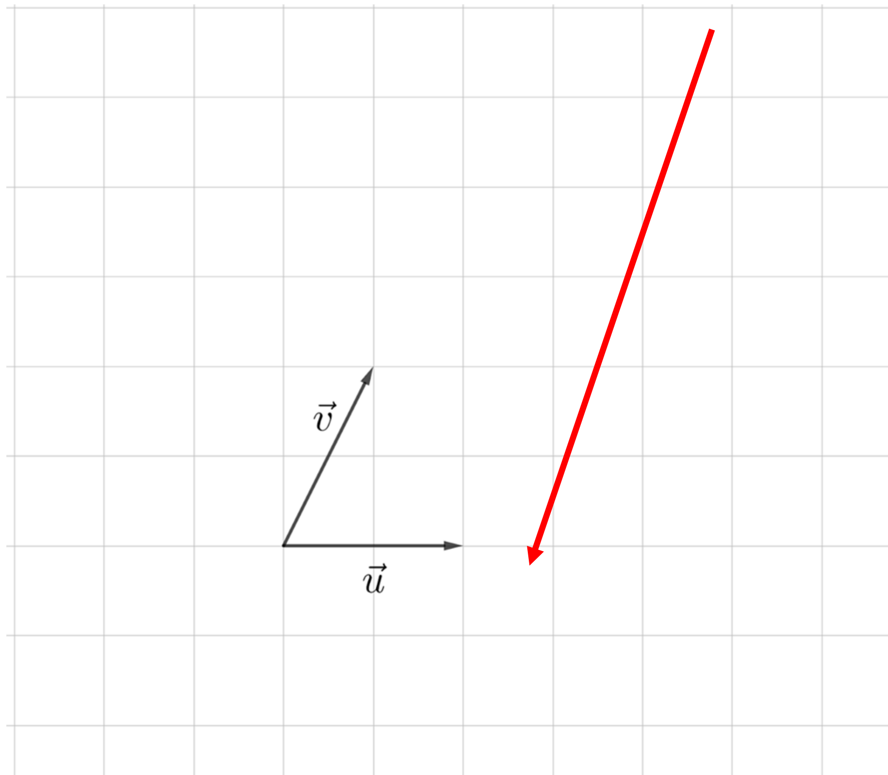
QUESTION 2

Dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$ construire un représentant du vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix} 1/2 \\ -3 \end{pmatrix}$

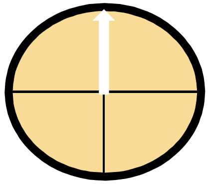


QUESTION 2

Dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$ construire
un représentant du vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix}1/2\\-3\end{pmatrix}$

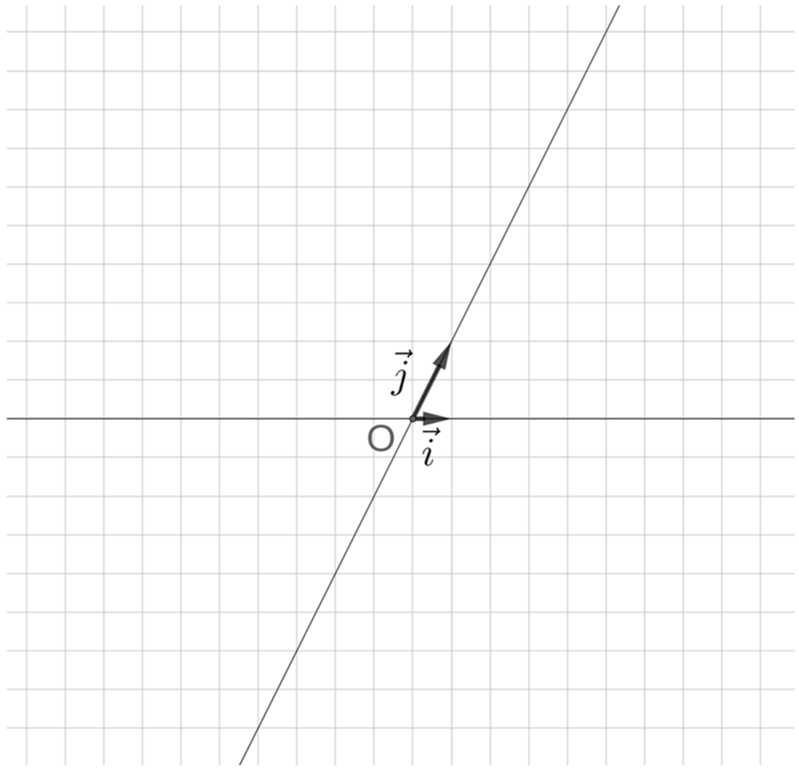


QUESTION 3

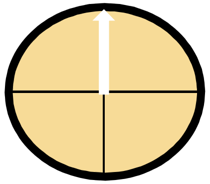


Dans le plan rapporté au repère $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$ on considère les points A(2; -3), B(4; 5) et C(22; 77).

Montrer que les points A, B et C sont alignés.

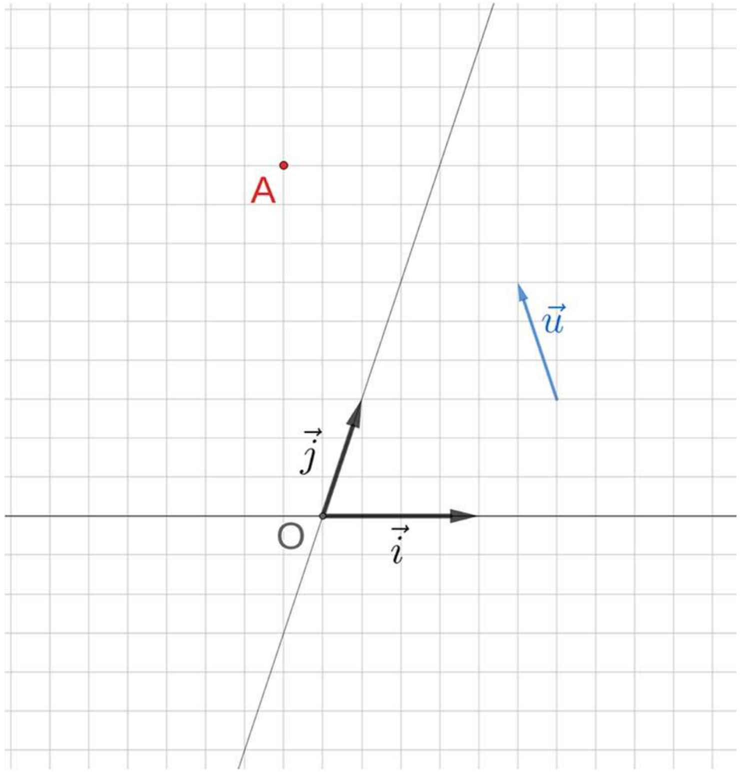


QUESTION 4



Dans le plan rapporté au repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$
on considère le point A(-1;3).
On considère également le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$
dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

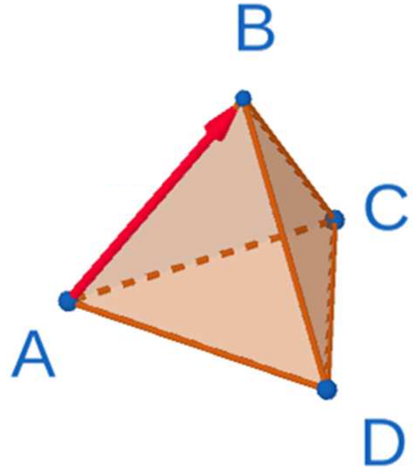
Déterminer les coordonnées du point M
vérifiant: $\overrightarrow{AM} = 4\,\vec{u}$.



DANS l'ESPACE MAINTENANT…

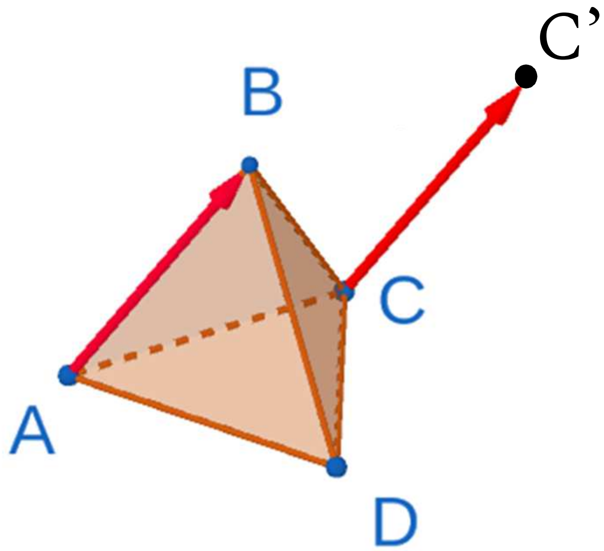
Comme dans le plan :

Nous pouvons considérer dans l'espace
la **translation** de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et donc construire l'image *M'* de tout point *M* de l'espace de telle sorte que *ABM'M* soit un parallélogramme.



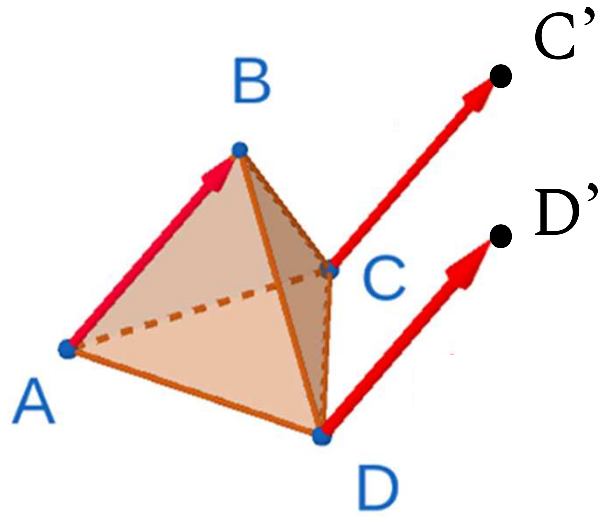
Comme dans le plan :

Nous pouvons considérer dans l'espace la **translation** de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et donc construire l'image *M'* de tout point *M* de l'espace de telle sorte que *ABM'M* soit un parallélogramme.



Comme dans le plan :

Nous pouvons considérer dans l'espace
la **translation** de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et donc construire l'image *M'* de tout point *M* de l'espace de telle sorte que *ABM'M* soit un parallélogramme.



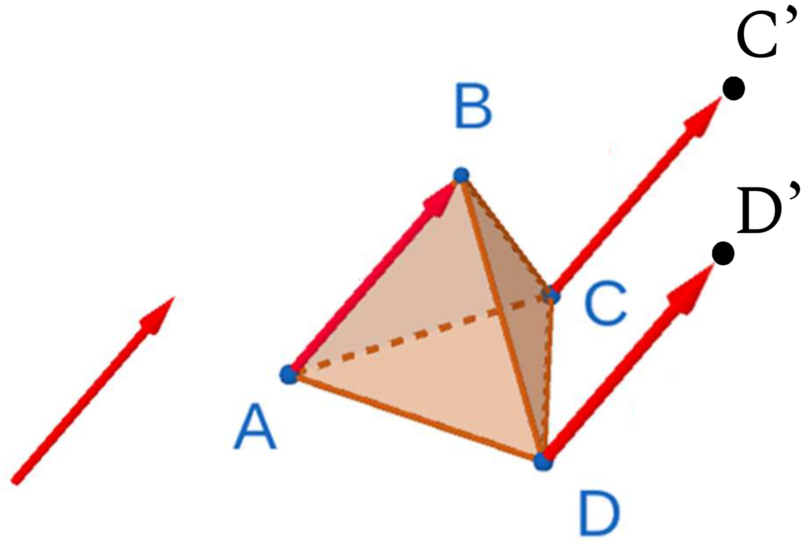
Comme dans le plan :

Nous pouvons considérer dans l'espace la **translation** de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et donc construire l'image *M'* de tout point *M* de l'espace de telle sorte que *ABM'M* soit un parallélogramme.

On définit ainsi un <u>vecteur</u> $\vec{u}$ à partir:

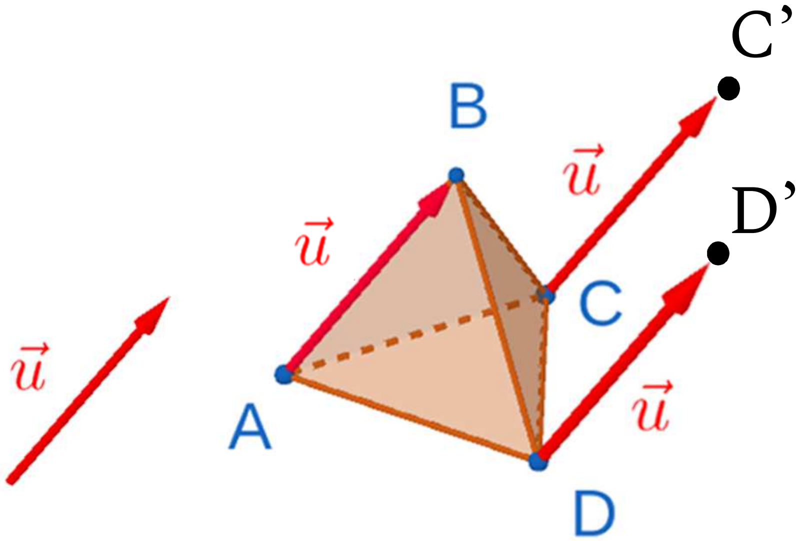
- d'une direction (celle de la droite (AB)),
- d'un sens (de A vers B)
- d'une norme (la distance AB).

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{DD'}$ sont ici des représentants de $\vec{u}$ dans l'espace.



Comme dans le plan :

Nous pouvons considérer dans l’espace la **translation** de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et donc construire l’image *M’* de tout point *M* de l’espace de telle sorte que *ABM’M* soit un parallélogramme.



On définit ainsi un <u>vecteur</u> $\vec{u}$ à partir:

- d’une direction (celle de la droite (AB)),
- d’un sens (de A vers B)
- d’une norme (la distance AB).

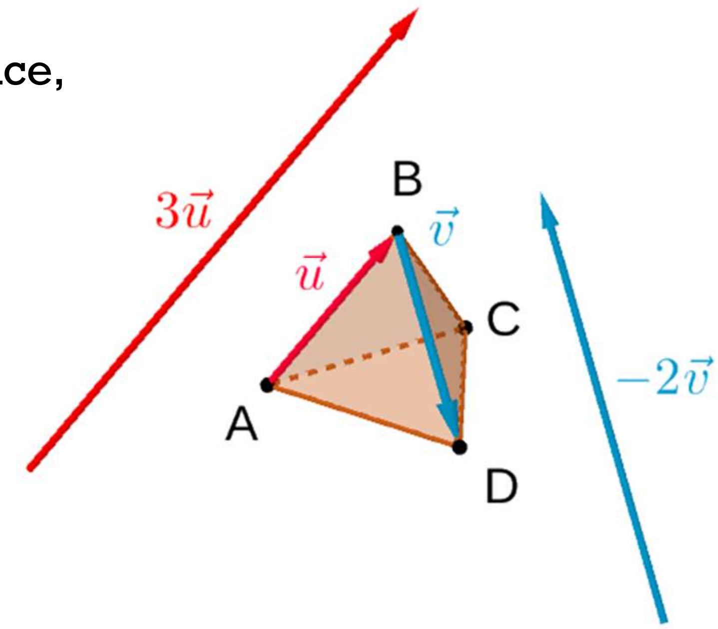
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{DD'}$ sont ici des représentants de $\vec{u}$ dans l’espace.

Nous pouvons aussi:

- multiplier un vecteur par un nombre réel,

Et de ce fait:

- définir la colinéarité de deux vecteurs de l'espace,

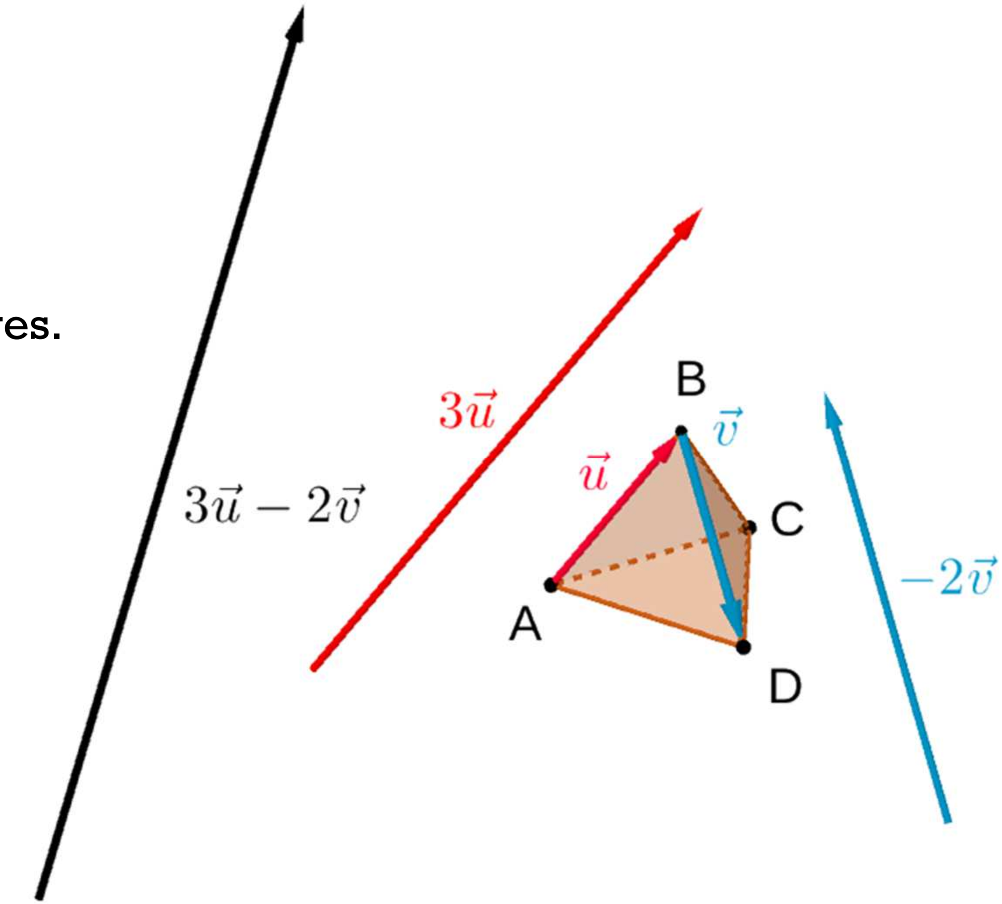


Nous pouvons aussi:

- additionner deux vecteurs,

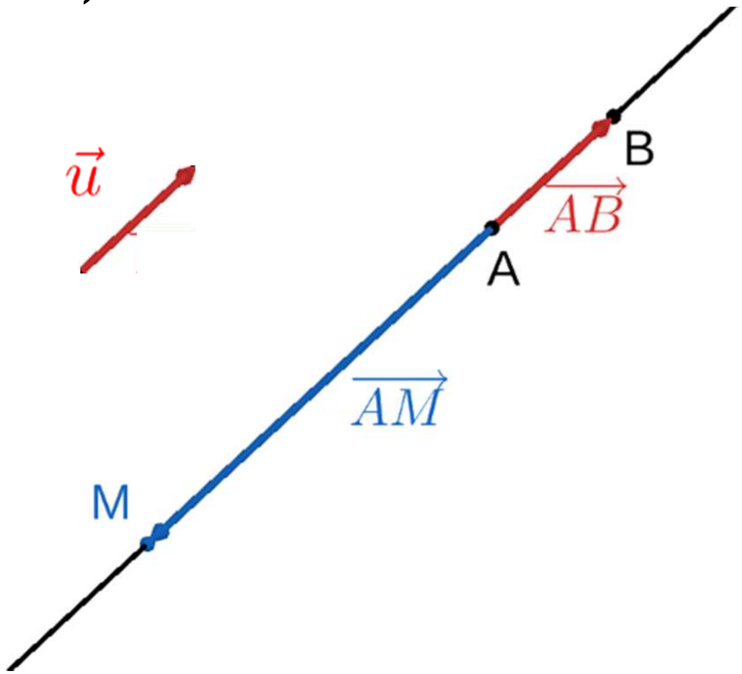
Et de ce fait:

- construire un vecteur comme la <u>combinaison linéaire</u> de deux autres.



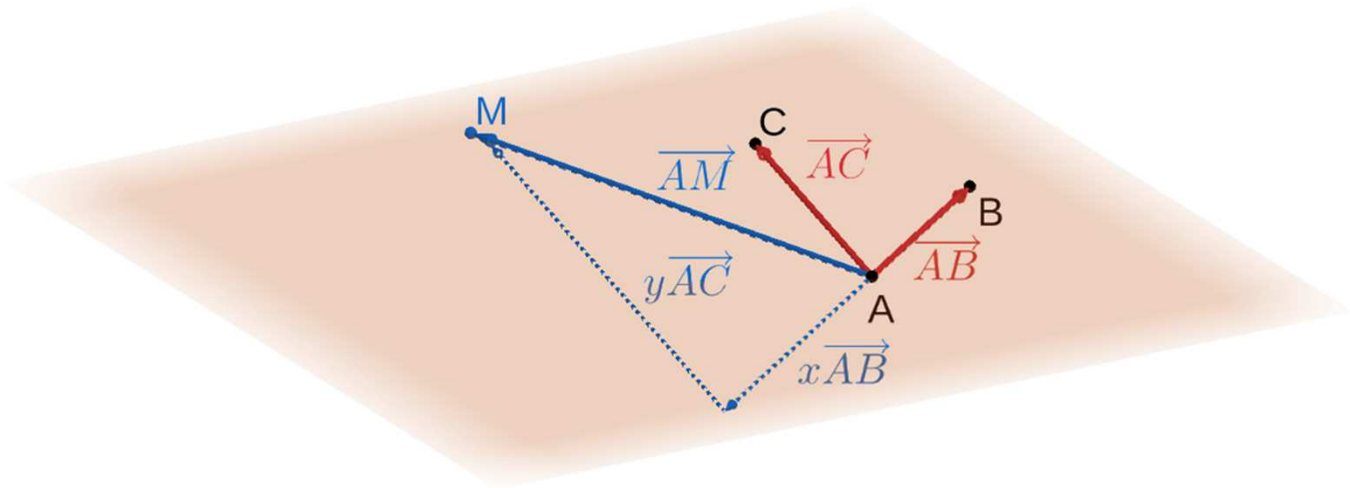
Ce qui nous permet de caractériser :

- une droite à partir de deux points distincts ou d'un point et d'un vecteur (directeur) non nul.



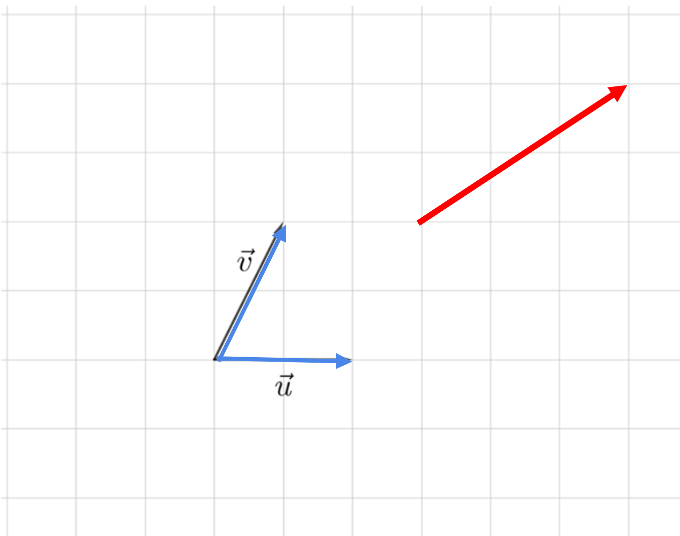
Ce qui nous permet de caractériser :

- un plan à partir de trois points non alignés
  ou d'un point et de deux vecteurs non colinéaires.

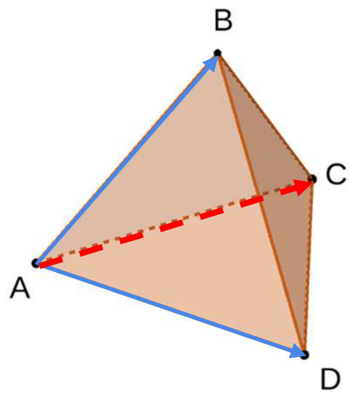


Ce qui change maintenant :

Dans le plan :
Deux vecteurs qui ne sont pas colinéaires forment une base.
Et donc tout vecteur du plan peut s'écrire comme une (unique) combinaison linéaire de ces deux vecteurs.

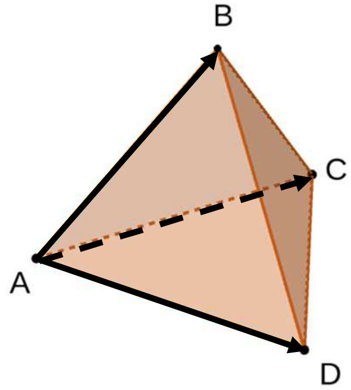


Dans l'espace :
Il existe des vecteurs qui ne s'écrivent pas comme la combinaison linéaire de deux autres.



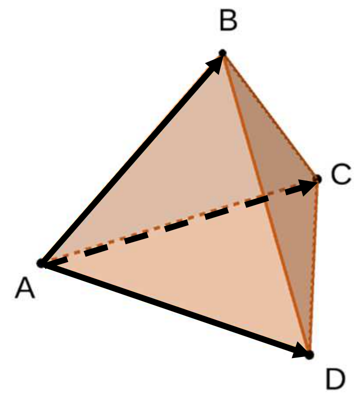
Ce qui nous amène à :

- définir la notion de vecteurs linéairement indépendants,



Ce qui nous amène à :

- obtenir une base et un repère de l'espace.

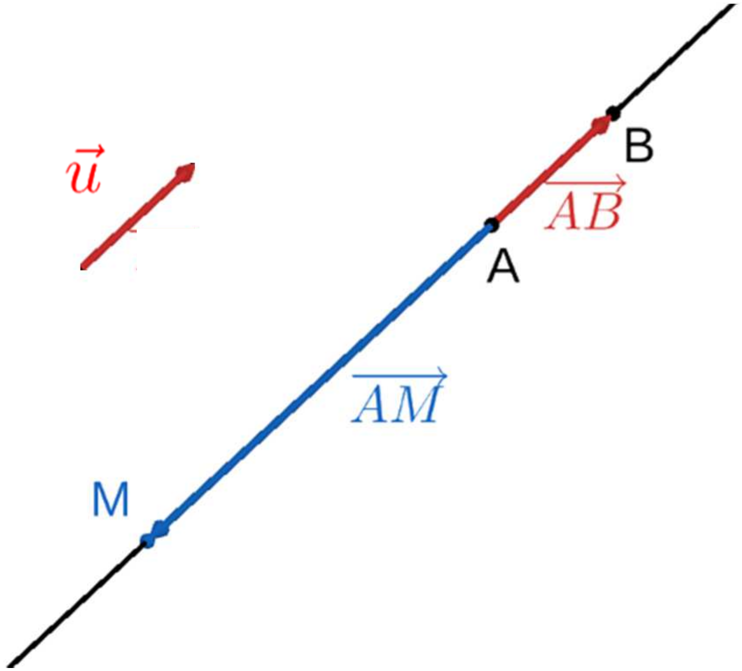


Ce qui va nous permettre de :

- nous ramener à des calculs algébriques avec les coordonnées comme pour un repère et une base du plan.

Avec une application importante :

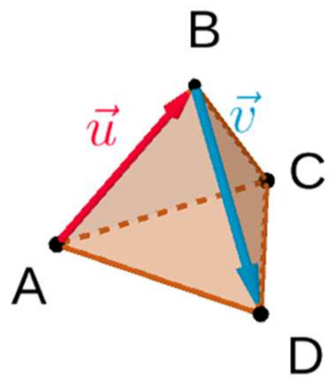
- On peut donner ce qui s'appelle une <u>représentation paramétrique</u> d'une droite de l'espace. .



EXERCICES

EXERCICE 1

On considère le tétraèdre $ABCD$ ainsi que des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$..

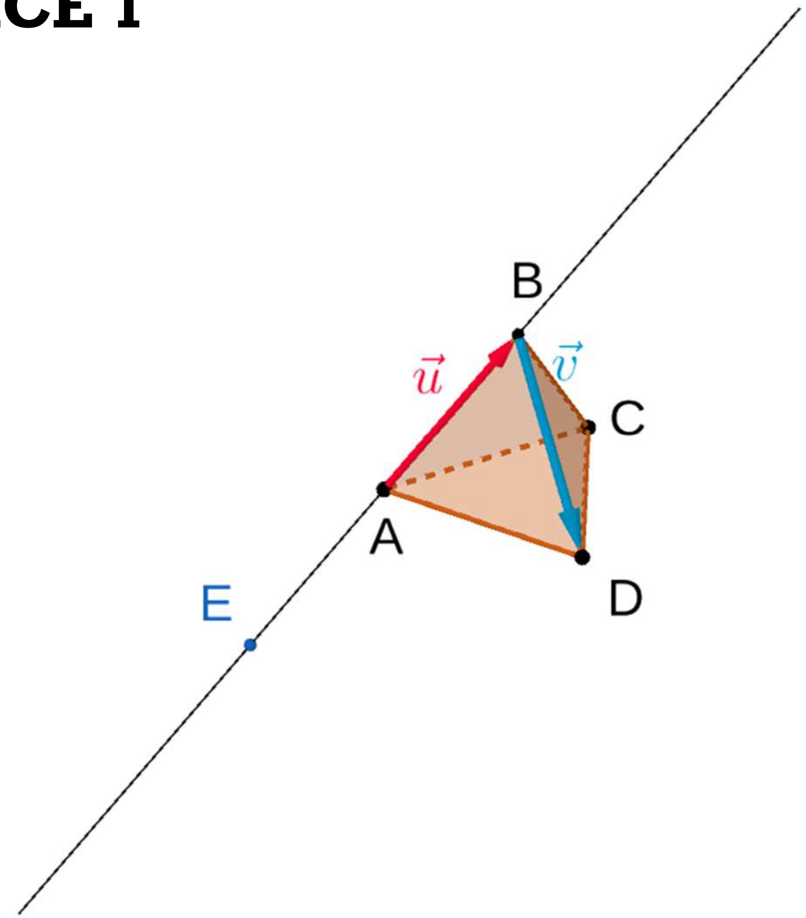


1. Placer le point E symétrique de B par rapport à A.

EXERCICE 1

On considère le tétraèdre $ABCD$ ainsi que des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. .

1. Placer le point E symétrique de B par rapport à A.

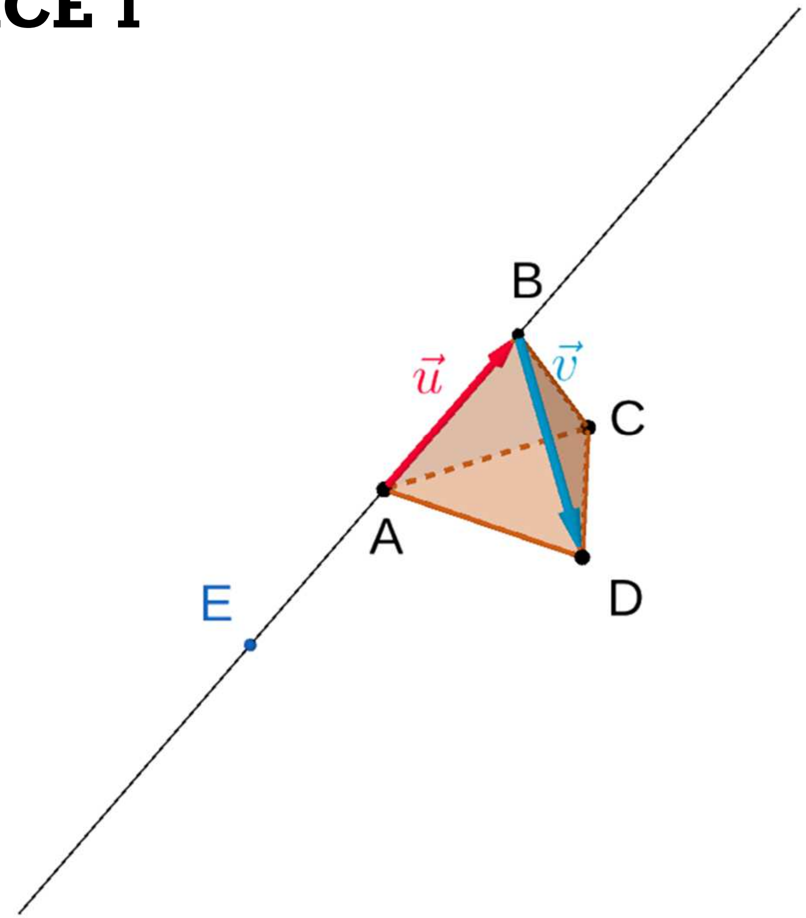


EXERCICE 1

On considère le tétraèdre $ABCD$ ainsi que des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. Placer le point E symétrique de B par rapport à A.
2. Placer les points I et J tels que:

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\vec{u} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$

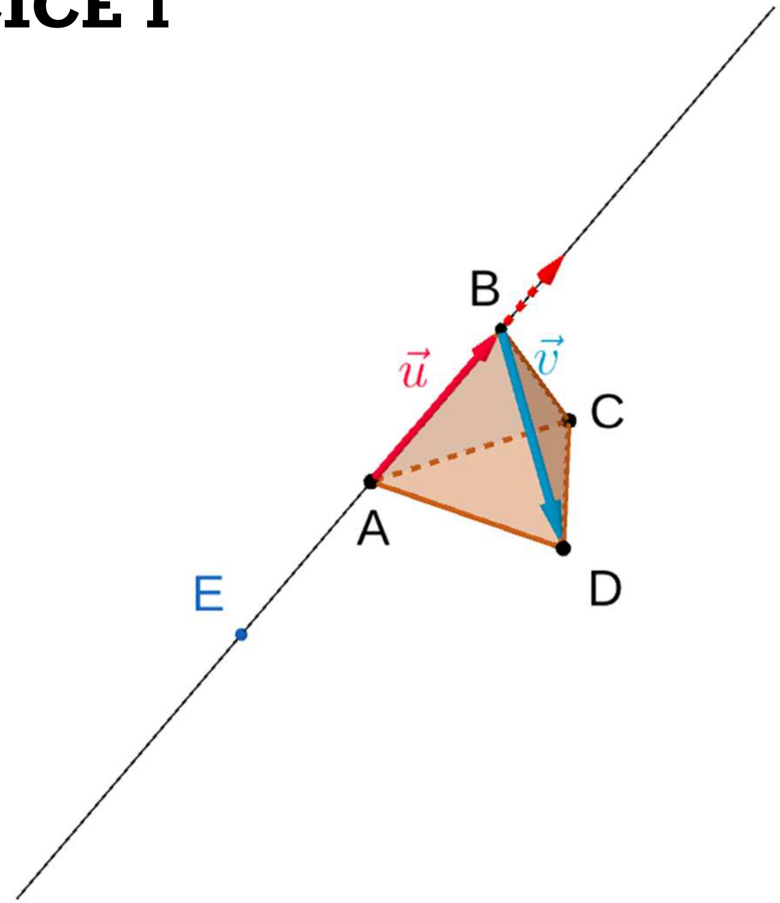


EXERCICE 1

On considère le tétraèdre $ABCD$ ainsi que des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. Placer le point E symétrique de B par rapport à A.
2. Placer les points I et J tels que:

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\vec{u} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$



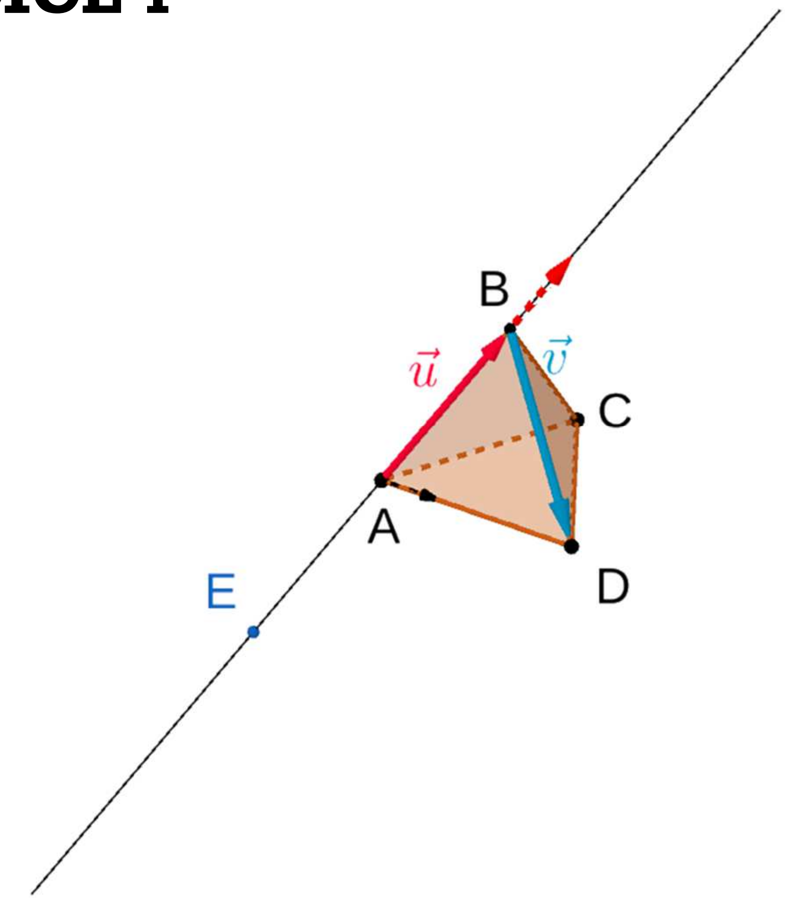
EXERCICE 1

On considère le tétraèdre $ABCD$ ainsi que des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. Placer le point E symétrique de B par rapport à A.
2. Placer les points I et J tels que:

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\vec{u} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$

3. Le point E appartient-il à la droite (IJ)?



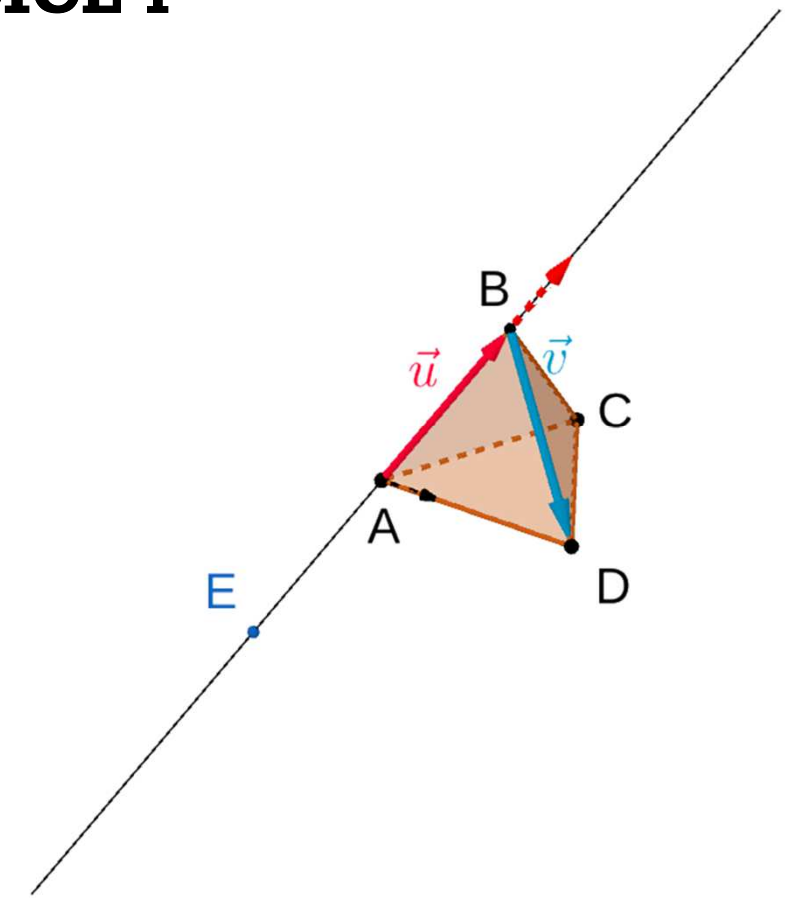
EXERCICE 1

On considère le tétraèdre *ABCD* ainsi que des représentants des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. Placer le point *E* symétrique de *B* par rapport à *A*.
2. Placer les points *I* et *J* tels que:

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\vec{u} \qquad \text{et} \quad \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$

3. Le point *E* appartient-il à la droite *(IJ)*?

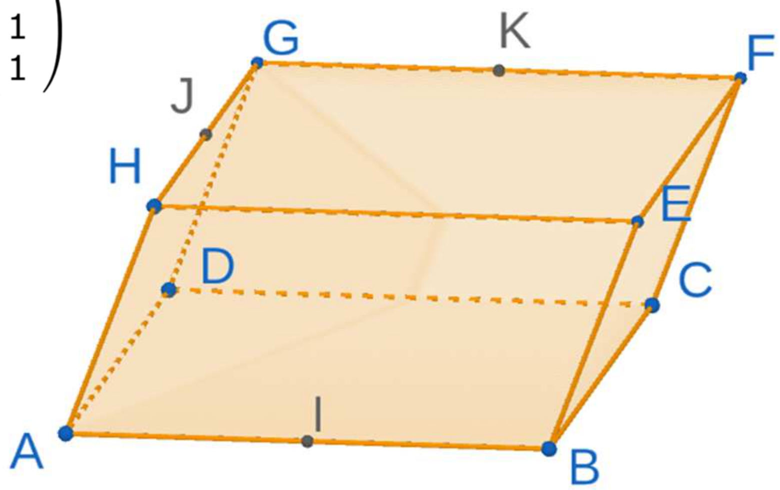


EXERCICE 2

ABCDEFGH est un parallélépipède.
I, *J* et *K* sont les milieux respectifs de *[AB]*, *[HG]* et *[GF]*.

On munit l'espace du repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

1. Construire un représentant du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

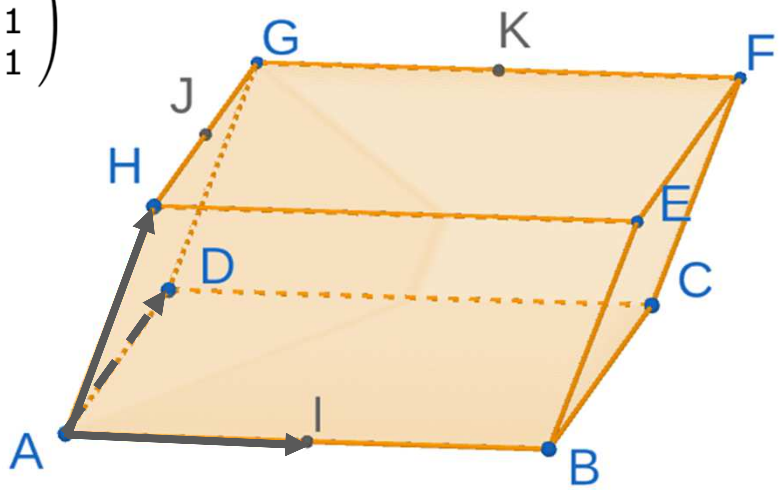


EXERCICE 2

ABCDEFGH est un parallélépipède.
I, *J* et *K* sont les milieux respectifs de *[AB]*, *[HG]* et *[GF]*.

On munit l'espace du repère $(A;\ \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

1. Construire un représentant du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

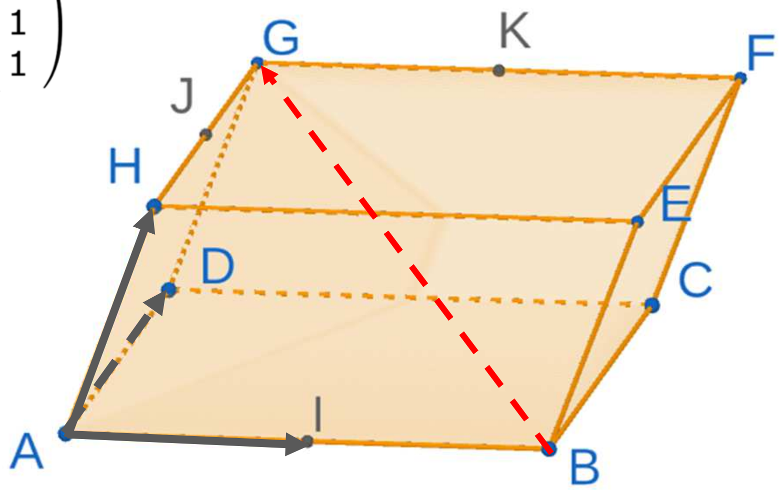


EXERCICE 2

ABCDEFGH est un parallélépipède.
I, *J* et *K* sont les milieux respectifs de *[AB]*, *[HG]* et *[GF]*.

On munit l'espace du repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

1. Construire un représentant du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.



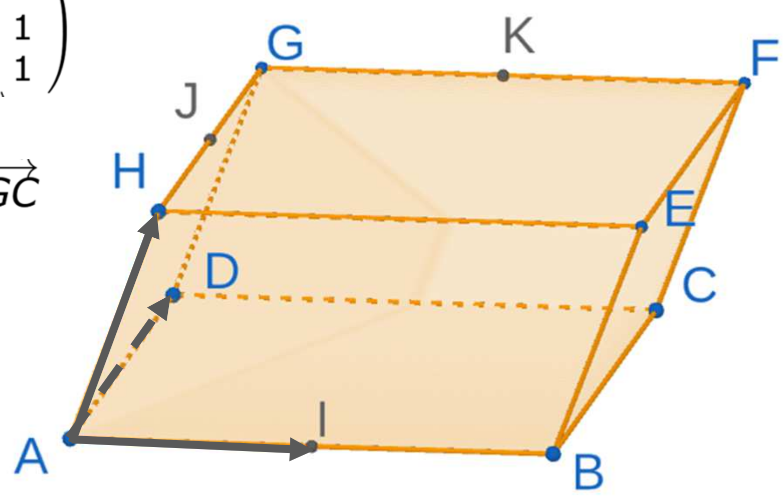
EXERCICE 2

ABCDEFGH est un parallélépipède.
I, *J* et *K* sont les milieux respectifs de *[AB]*, *[HG]* et *[GF]*.

On munit l'espace du repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

1. Construire un représentant du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

2. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GC}$ dans cette base.

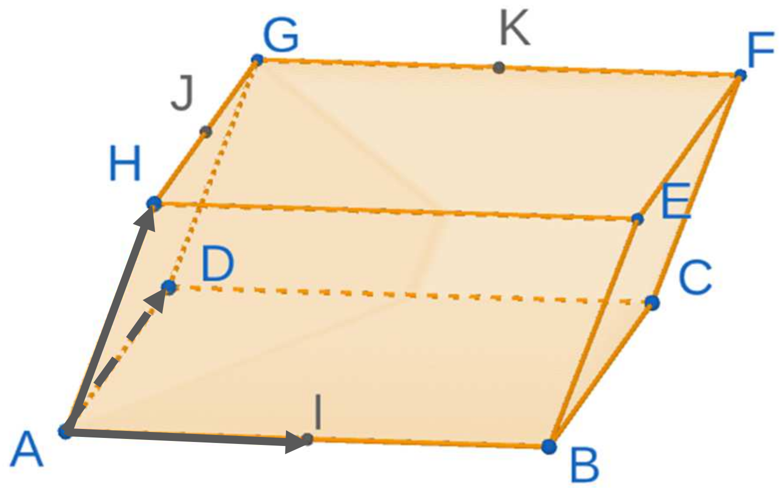


EXERCICE 2

ABCDEFGH est un parallélépipède.
I, *J* et *K* sont les milieux respectifs de *[AB], [HG]* et *[GF].*

On munit l'espace du repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AH})$.

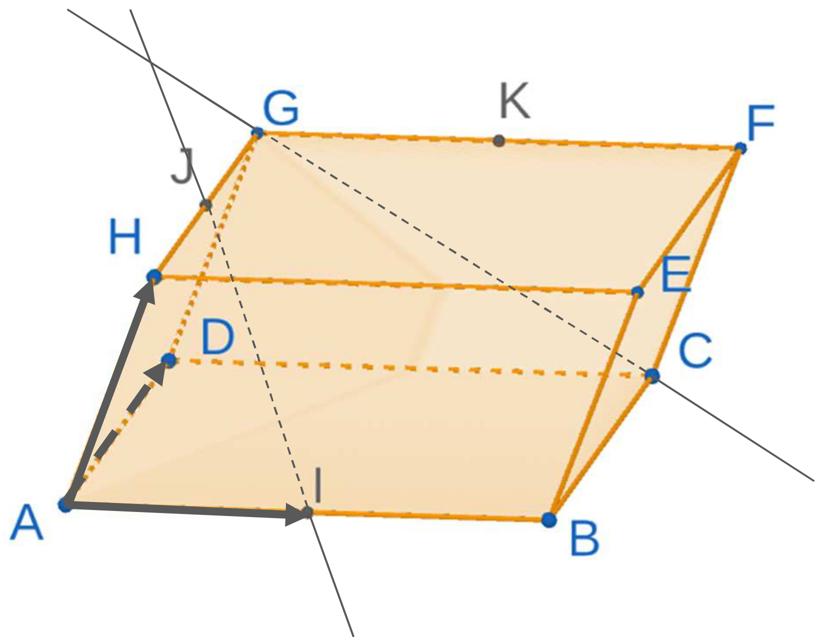
3. Déterminer les coordonnées des points *I,J,K et G* dans le repère.



EXERCICE 3

En reprenant les données de l'**exercice 2**,

1. Donner une représentation paramétrique des droites *(GC) et (IJ).*



EXERCICE 3

En reprenant les données de l'**exercice 2**,

2. Ces deux droites ont-elles un point d'intersection ?