PHYSIQUE-CHIMIE

Terminale
Enseignement de spécialité

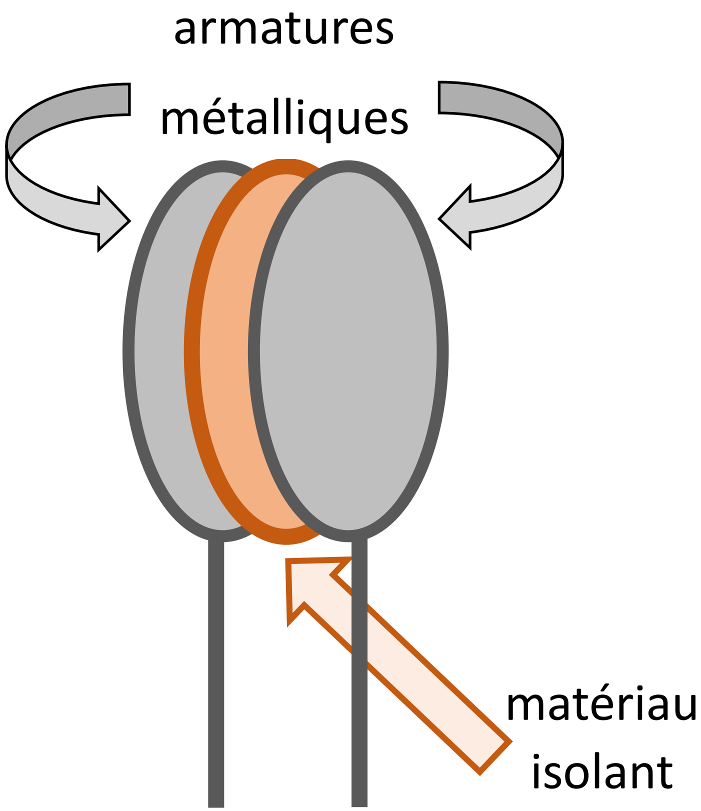
Les condensateurs

Présentation
Charge et décharge du condensateur
Modèle du circuit RC série
Temps caractéristique

Composition d’un condensateur

- Deux armatures conductrices rapprochées
- Séparées par un matériau isolant

Schéma :

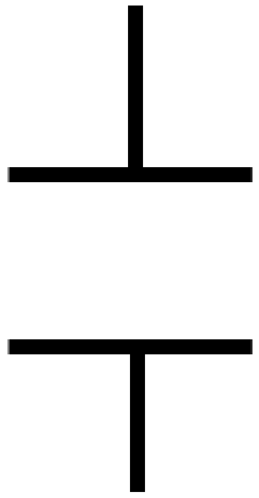


Le condensateur : charge et tension

- Charges q opposées
- Capacité C en Farad (F)

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

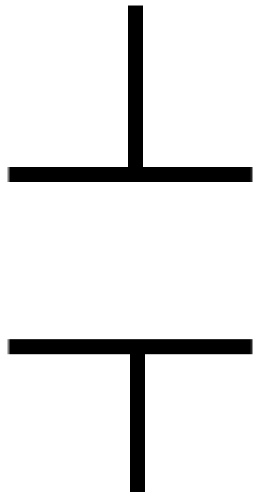


Le condensateur, un dipôle électrique : intensité et tension

- Relation entre l'intensité i du courant et la tension u_C aux bornes du condensateur
- Si $u_C = cste, i = 0$

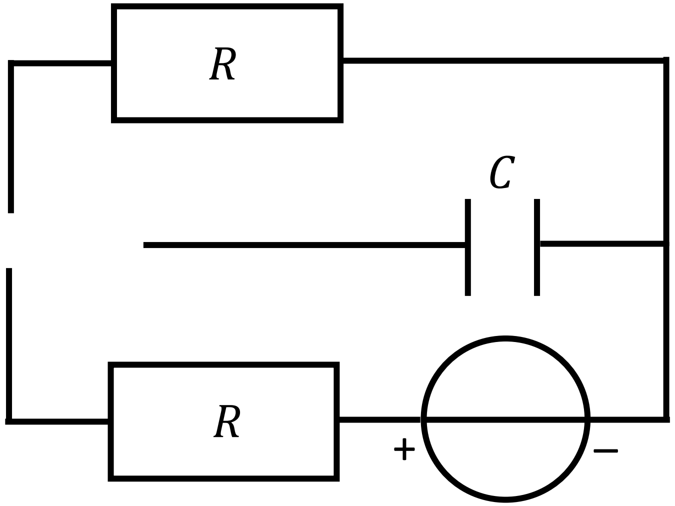
$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

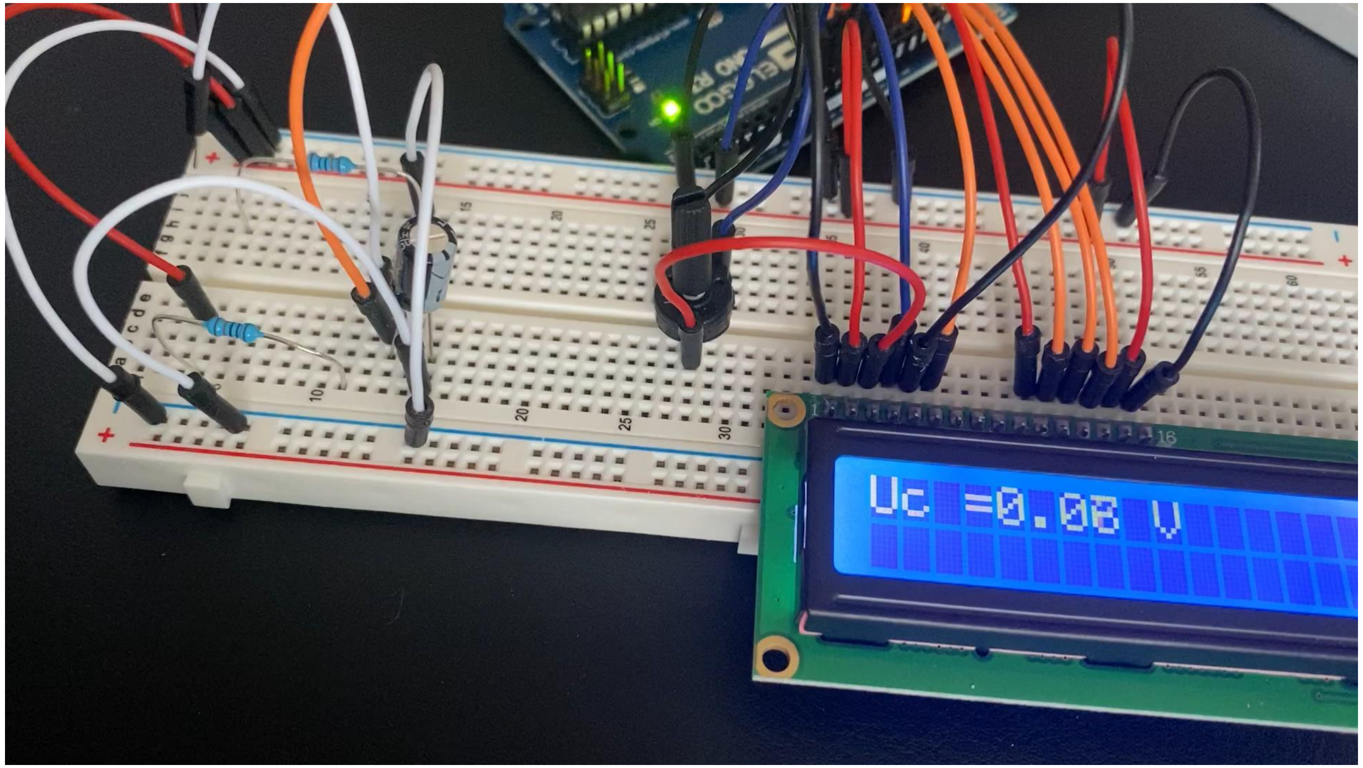
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$



Expérience réalisée avec un condensateur

Tension u_c aux bornes du condensateur



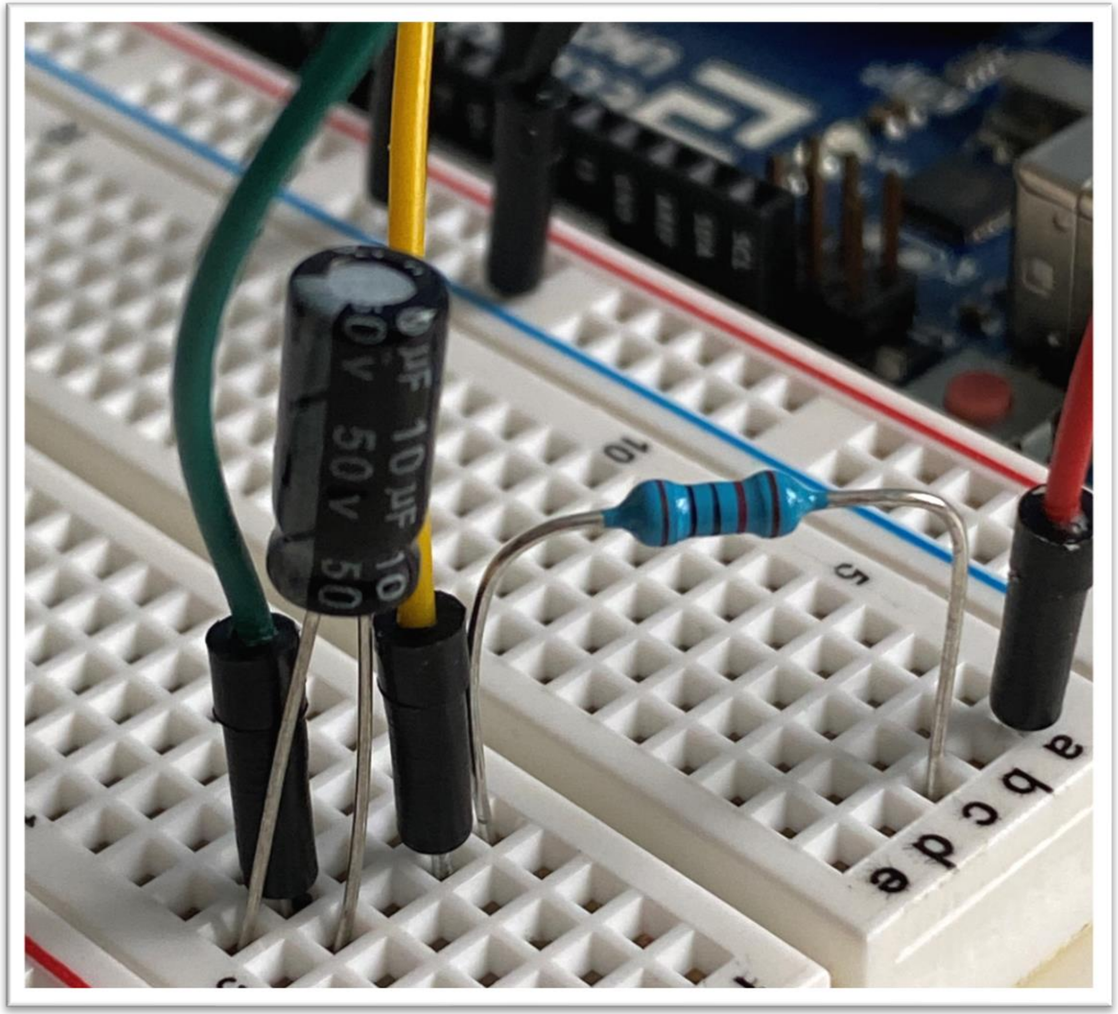


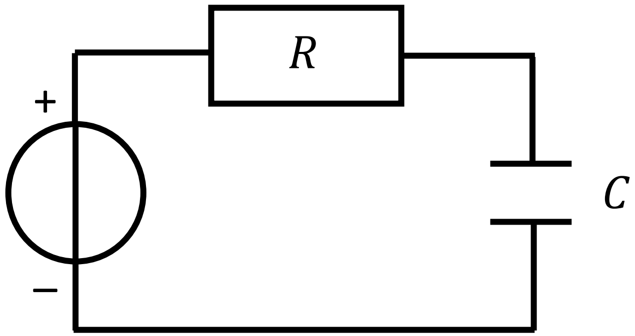
Comment modéliser la charge puis la décharge d'un condensateur ?

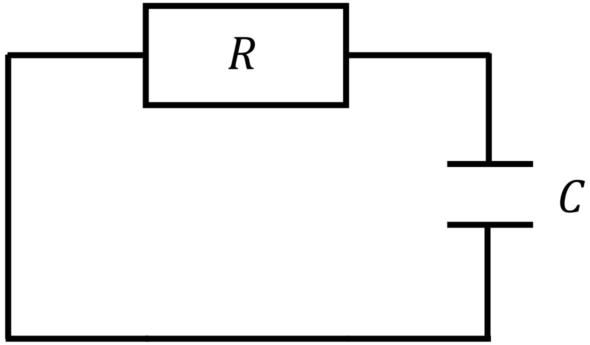
Les objectifs d'apprentissage de la séance

- Connaître la structure d'un condensateur
- Illustrer le comportement capacitif d'un condensateur
- Étudier les relations qui existent entre les grandeurs électriques en présence d'un condensateur
- Modéliser la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit RC série

Étude du circuit RC série



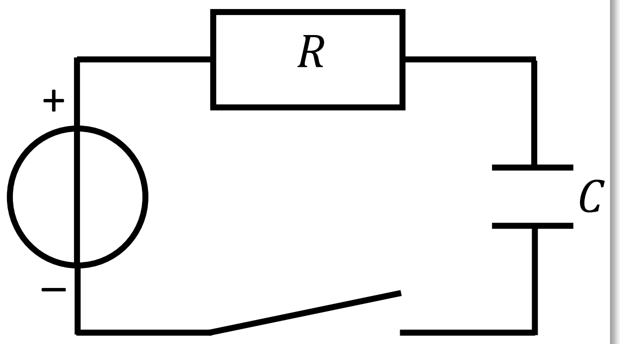




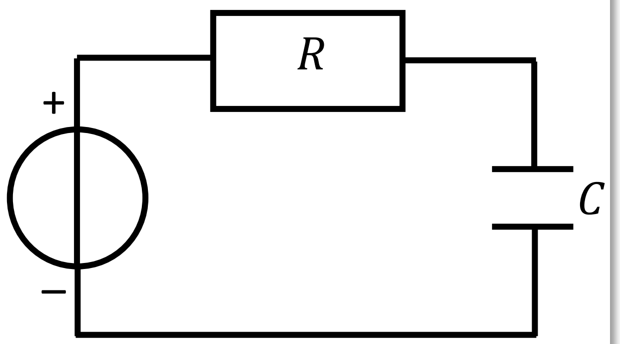
Charge d'un condensateur

- source idéale de tension électrique
- conducteur ohmique de résistance R
- condensateur complètement déchargé de capacité C
- interrupteur

Avant de basculer l'interrupteur :

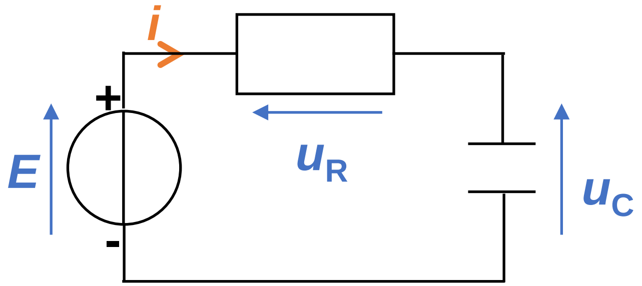


Interrupteur fermé :



[Charge] Mise en équation du système étudié

- Schéma :



- Charge et tension :

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

- Loi d'Ohm :

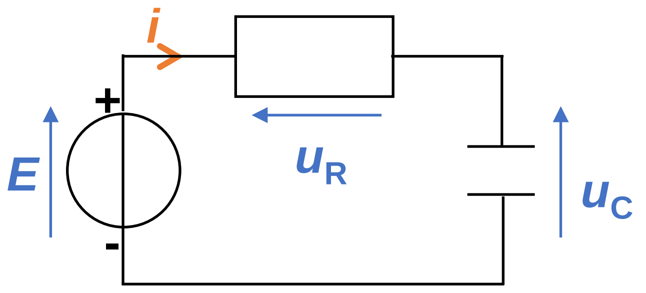
$$u(t) = R \cdot i(t)$$

- $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$

Loi des mailles :

[Charge] Regard sur l'équation différentielle obtenue

- Schéma :



Équation différentielle : à tout instant $t > 0$

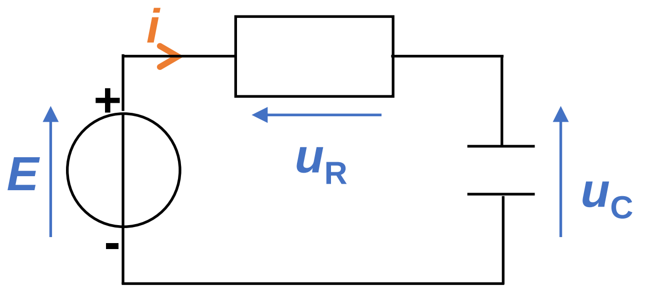
$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

ce qui s'écrit aussi

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E - u_C(t)}{R \cdot C}$$

[Charge] Résolution de l'équation différentielle obtenue
Détermination de la fonction $u_C(t)$

- Schéma :



- Équation différentielle :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

- $u_C(t = 0) = 0$

- Forme des solutions

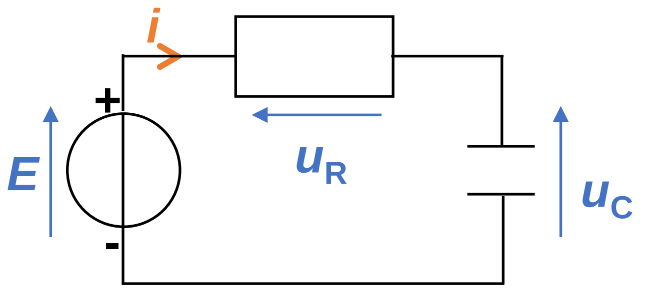
$$u_C(t) = A + B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Expression de $\frac{du_C(t)}{dt}$:

Dans la loi des mailles :

[Charge] Résolution de l'équation différentielle obtenue
Détermination de la fonction $u_C(t)$

- Schéma :



- Équation différentielle :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

- $u_C(t = 0) = 0$

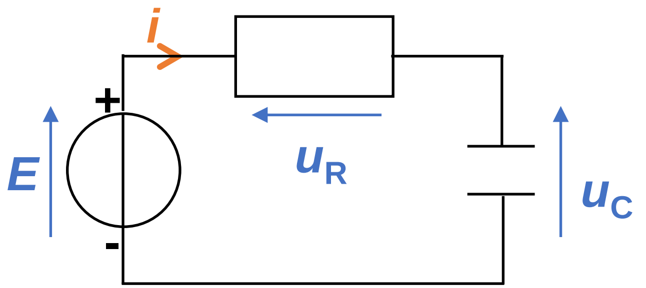
- Forme des solutions

$$u_C(t) = A + B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \left(-\frac{R \cdot C}{\tau} + 1\right) \cdot B = E - A$$

[Charge] Résolution de l'équation différentielle obtenue
Détermination de la fonction $u_C(t)$

- Schéma :



- Équation différentielle :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

- $u_C(t = 0) = 0$

- Forme des solutions

$$u_C(t) = A + B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \left(-\frac{R \cdot C}{\tau} + 1\right) \cdot B = E - A$$

[Charge] Résolution de l'équation différentielle obtenue
Détermination de la fonction $u_C(t)$

- Équation :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

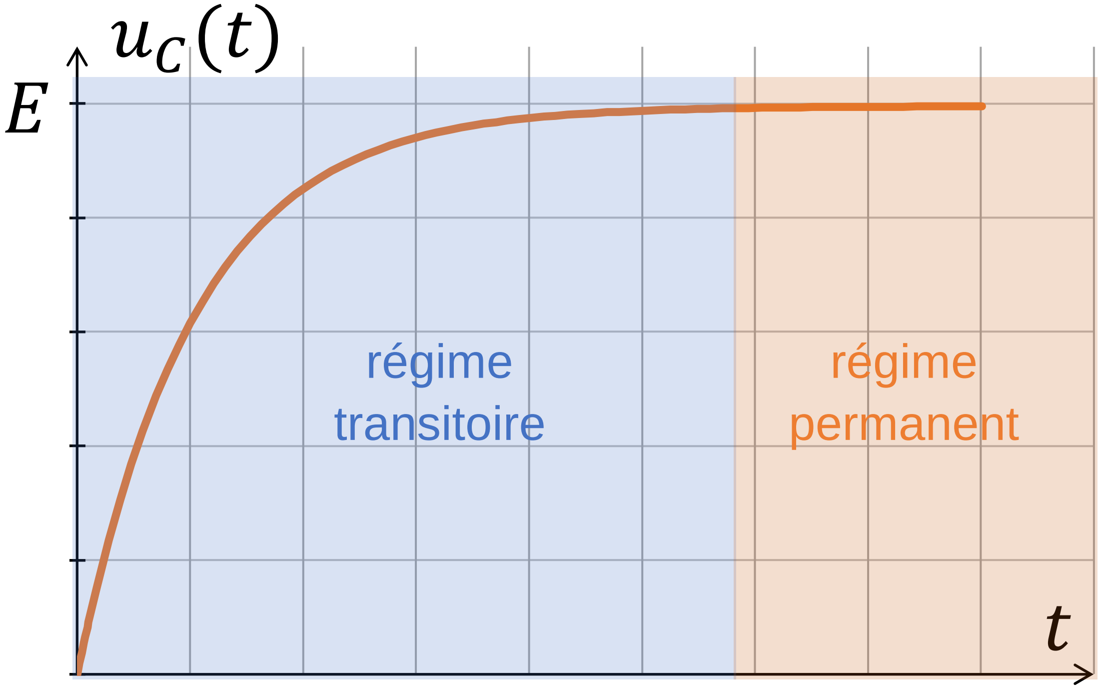
- Forme des solutions

$$u_C(t) = A + B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

- $\tau = R \cdot C$
- $A = E$
- $B = -E$

Solution de l'équation :

$$u_C(t) = E \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)\right]$$



Question

Pourquoi peut-on considérer qu'après une durée de 5τ le condensateur est quasiment chargé ?

$$u_C(t = 5\tau) = E \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{5\tau}{\tau}\right)\right] = E \cdot [1 - \exp(-5)]$$

$$u_C(5\tau) = 0{,}993 \cdot E$$

[Charge] Résolution de l'équation différentielle obtenue

- Équation :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

- Solution :

$$u_C(t) = E \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)\right]$$

- $u = R \cdot i$

- $i = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$

Le produit $R \cdot C$ est homogène à un temps.

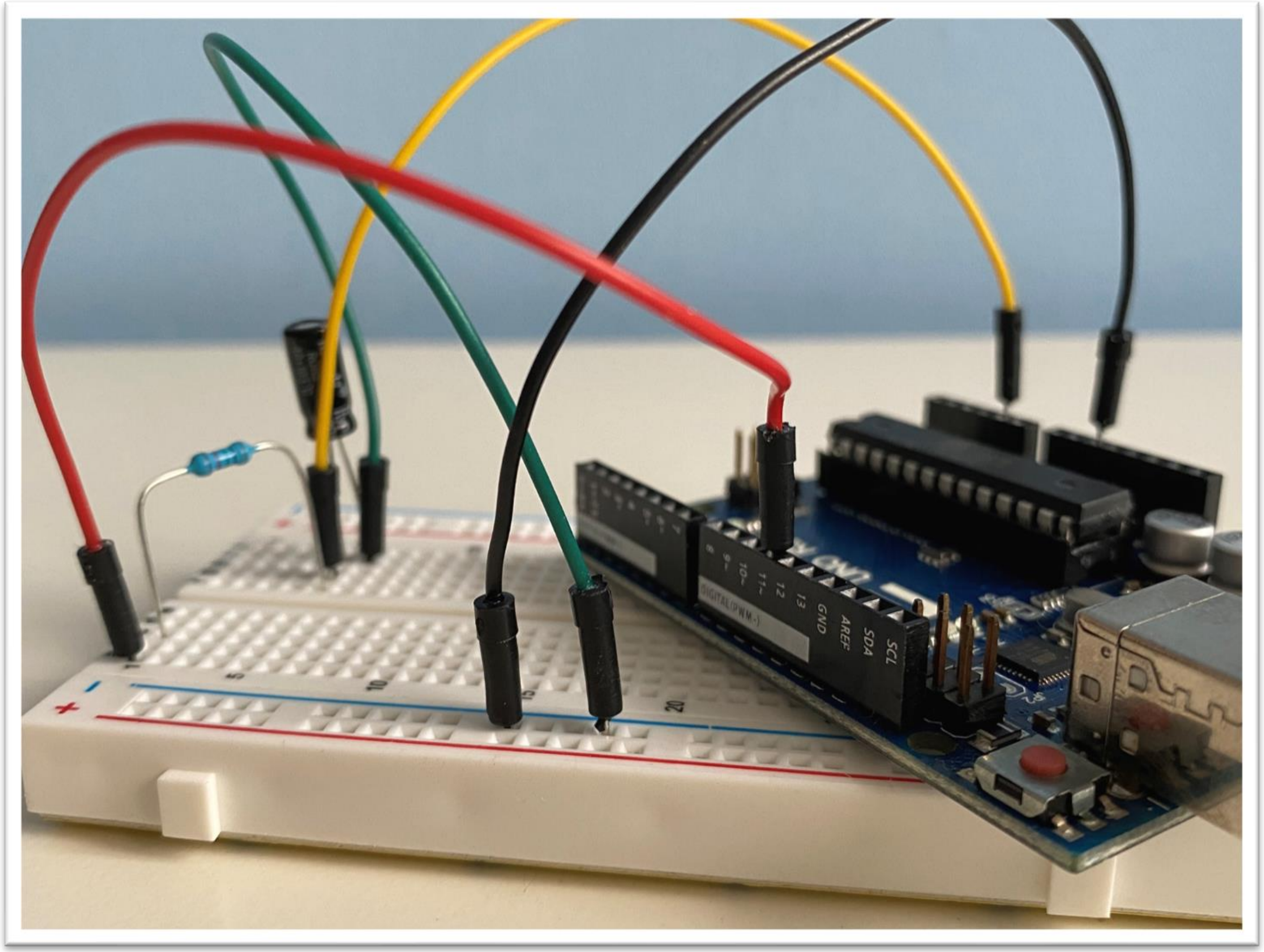
Quelle relation existe-t-il entre des ohms, des farads et des secondes ?

Application

$$R = 100\ k\Omega \text{ et } C = 100\ \mu F.$$

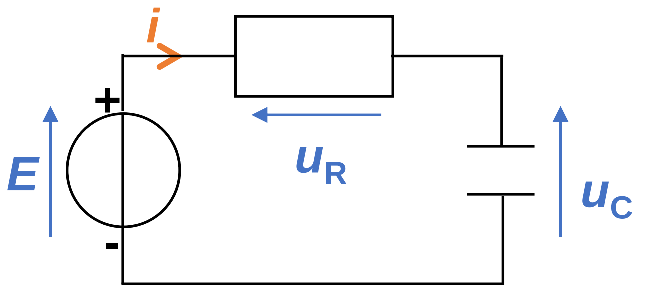
Quelle durée est nécessaire pour pouvoir considérer que le condensateur est chargé ?

Étude expérimentale de la charge du condensateur



[Charge] Étude expérimentale

- Schéma :



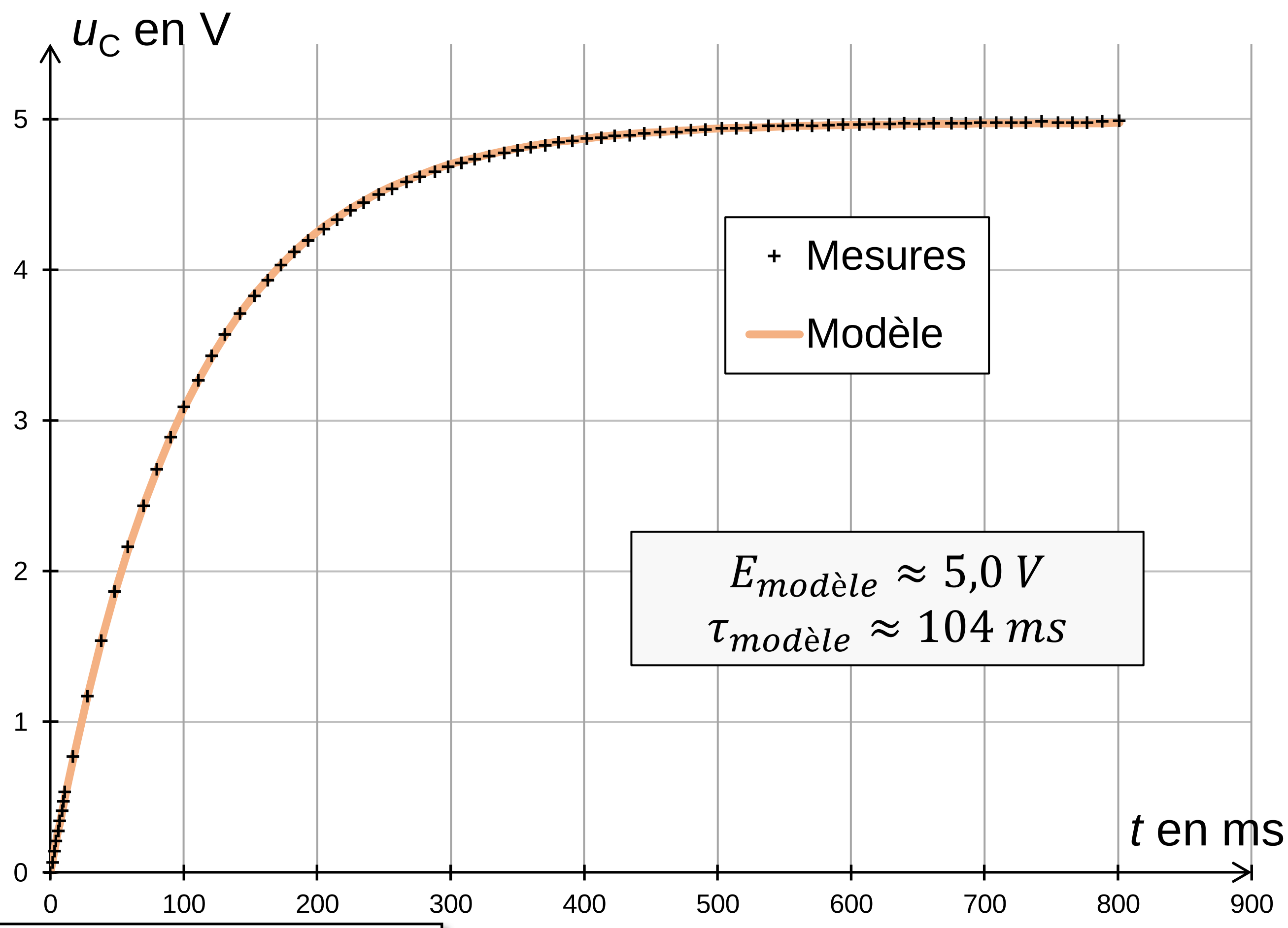
- Tension aux bornes du condensateur au cours du temps :

$$u_C(t) = E \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)\right]$$

- Valeurs de l'expérience :

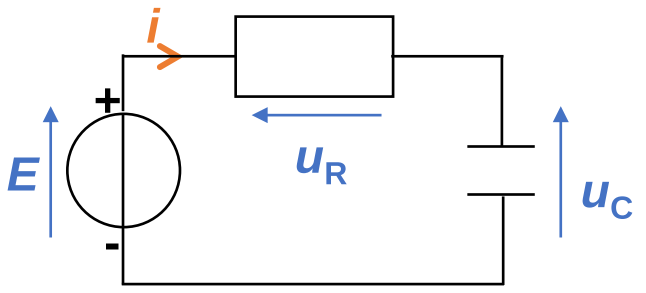
$E = 5{,}0\ V\ ;\ R = 10\ k\Omega\ ;\ C = 10\ \mu F$

$$\tau = R \cdot C = 100\ \text{ms}$$



[Charge] Étude expérimentale

- Schéma :

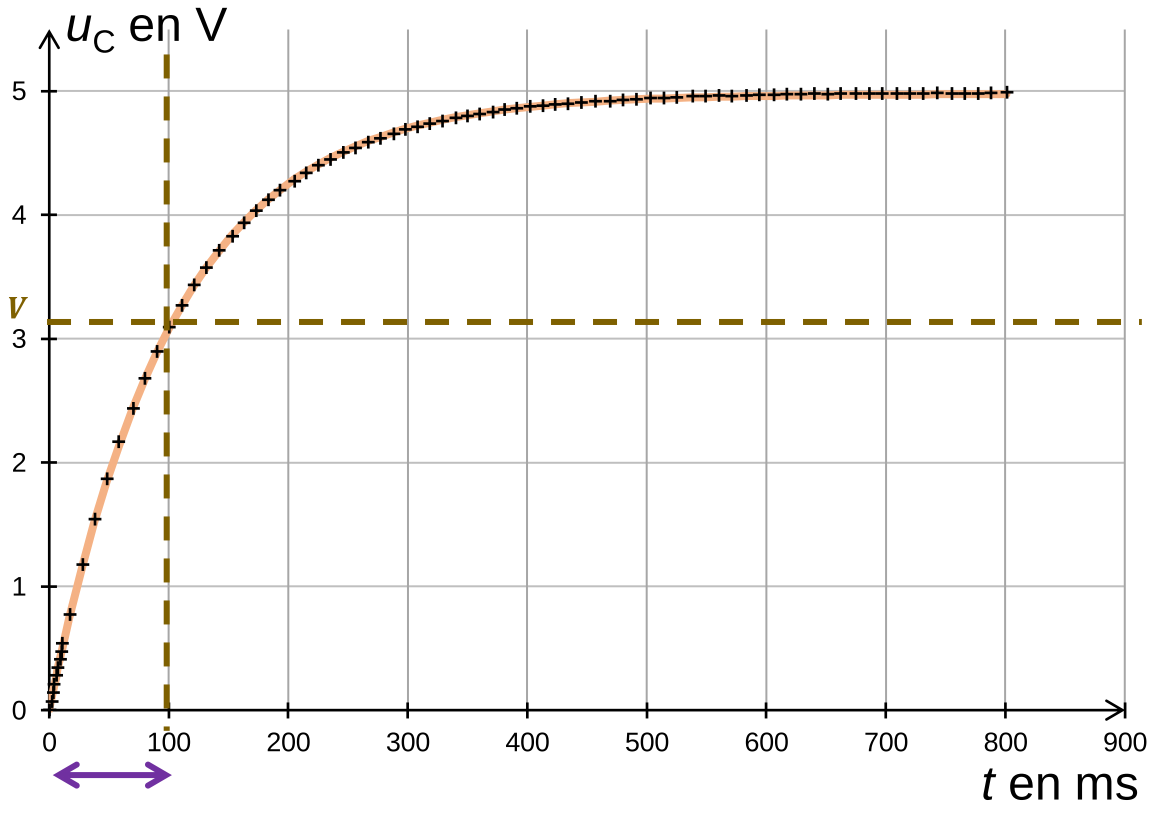


- Après une durée τ:

$$u_C(t=\tau) = E \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau}\right)\right]$$
$$u_C(t=\tau) = E \cdot [1 - \exp(-1)]$$
$$u_C(t=\tau) \approx E \times 0{,}63$$

- Valeurs de l'expérience :

$E = 5{,}0\ V\ ; R = 10\ k\Omega\ ; C = 10\ \mu F$

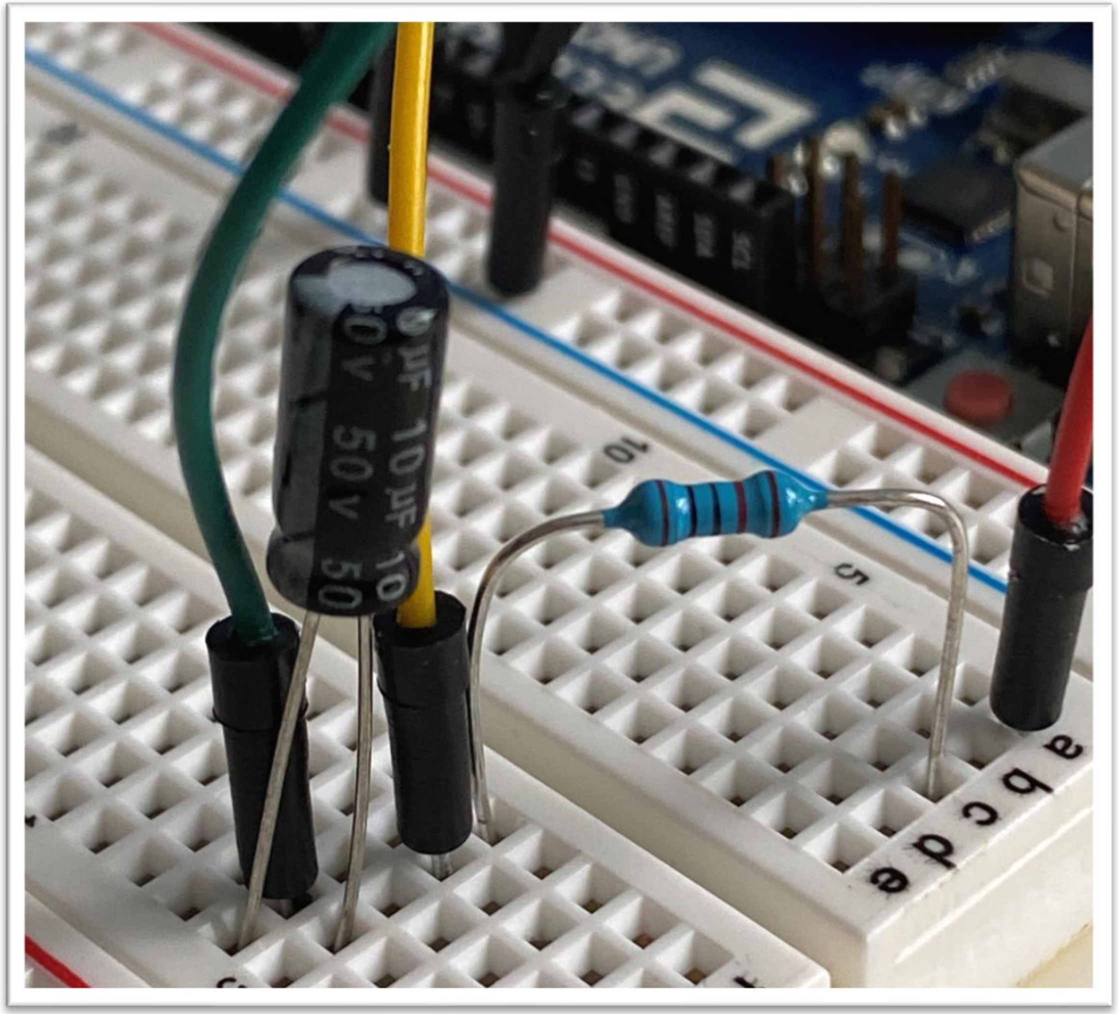


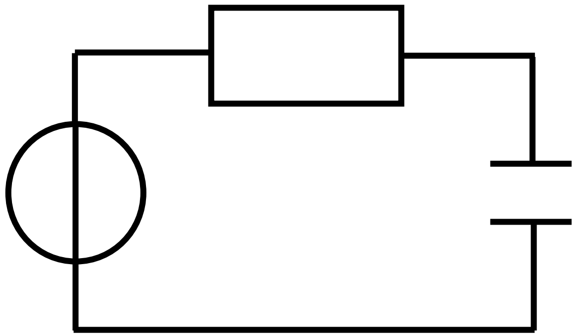
$\frac{63}{100} \times 5{,}0 = 3{,}1\ V$

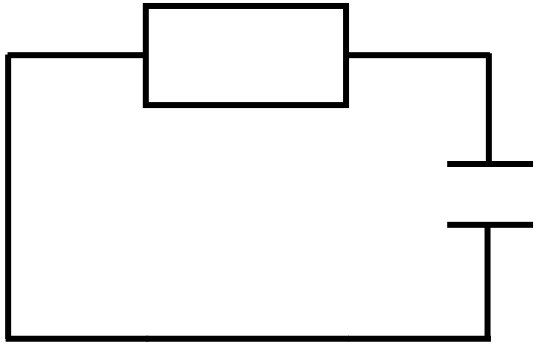
$\tau = R \cdot C$

$\boxed{\tau = R \cdot C = 100\ \text{ms}}$

Étude du circuit RC série



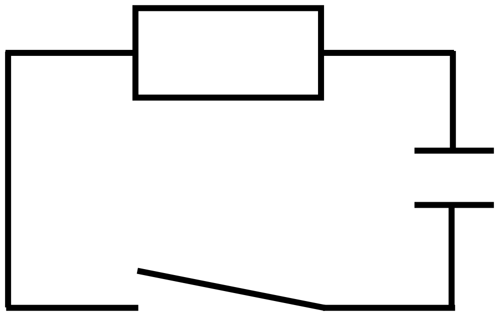




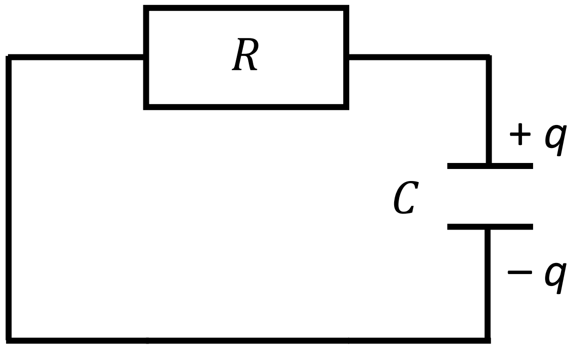
Décharge d'un condensateur

- condensateur initialement chargé
- conducteur ohmique de résistance R
- interrupteur

Avant de basculer l'interrupteur :

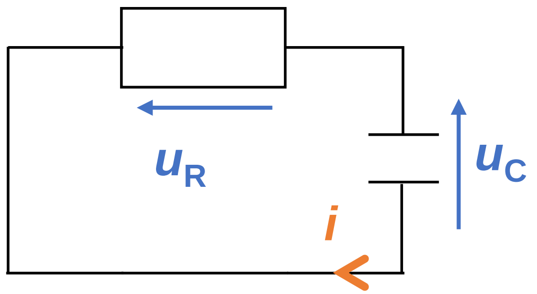


Interrupteur fermé :



[Décharge] Mise en équation du système étudié

- Schéma :



- Charge et tension :

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

- Loi d'Ohm :

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

- $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

<u>Exercice 1 :</u>

Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur dans le circuit RC lors de la décharge, le condensateur étant initialement chargé.

[Décharge] Regard sur l'équation différentielle

Équation différentielle :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

ou

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{u_C(t)}{R \cdot C}$$

[Décharge] Résolution de l'équation différentielle

Équation différentielle :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

Solution de la forme :

$$u_C(t) = B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Initialement, le condensateur est chargé et la tension à ses bornes vaut E.

[Décharge] Résolution de l'équation différentielle

- Équation :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

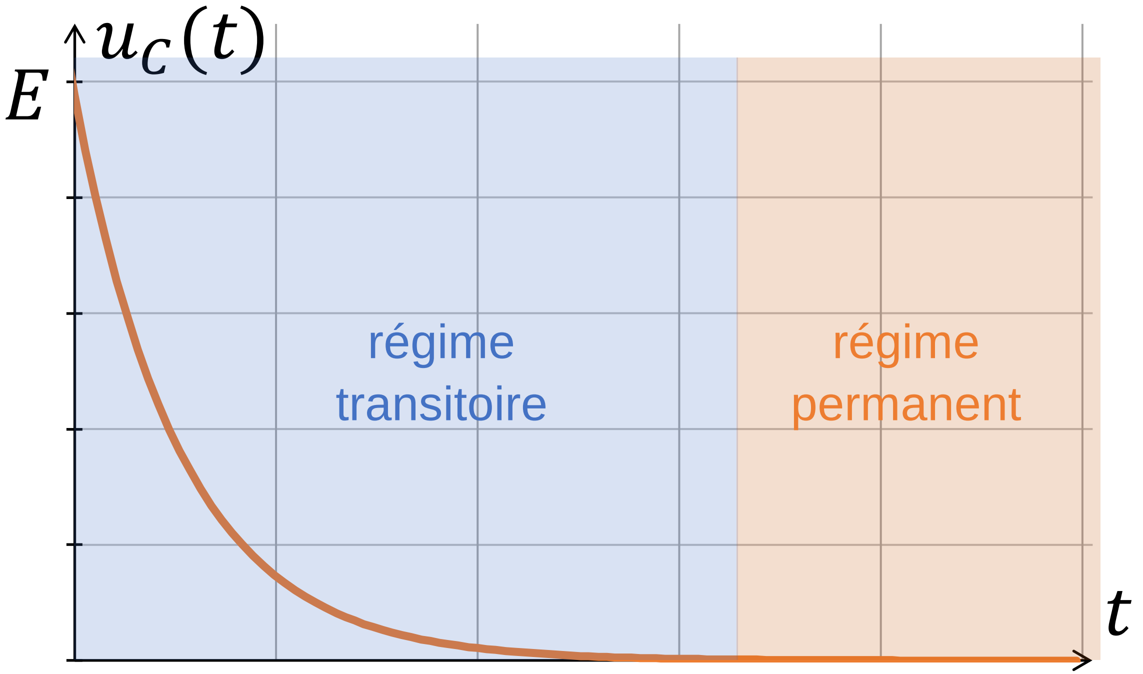
- Forme des solutions

$$u_C(t) = B \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

- $\tau = R \cdot C$
- $B = E$

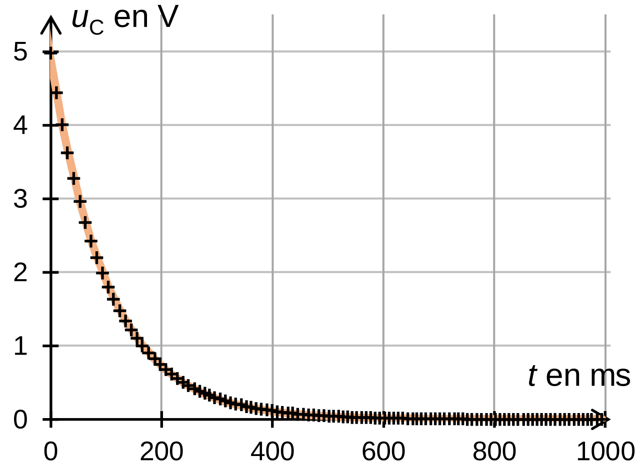
Solution de l'équation :

$$u_C(t) = E \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$



[Décharge] Étude expérimentale

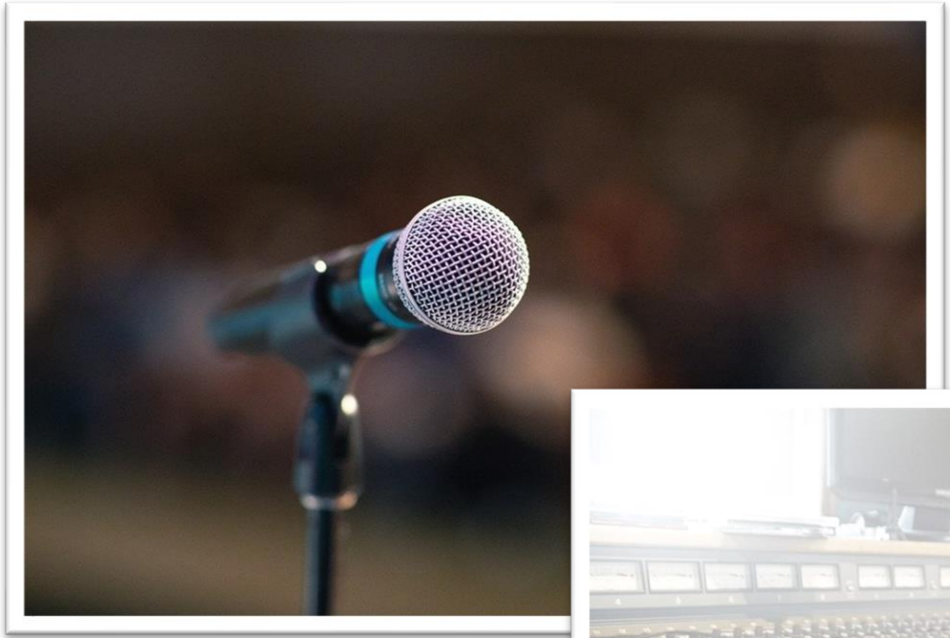
- Confrontation

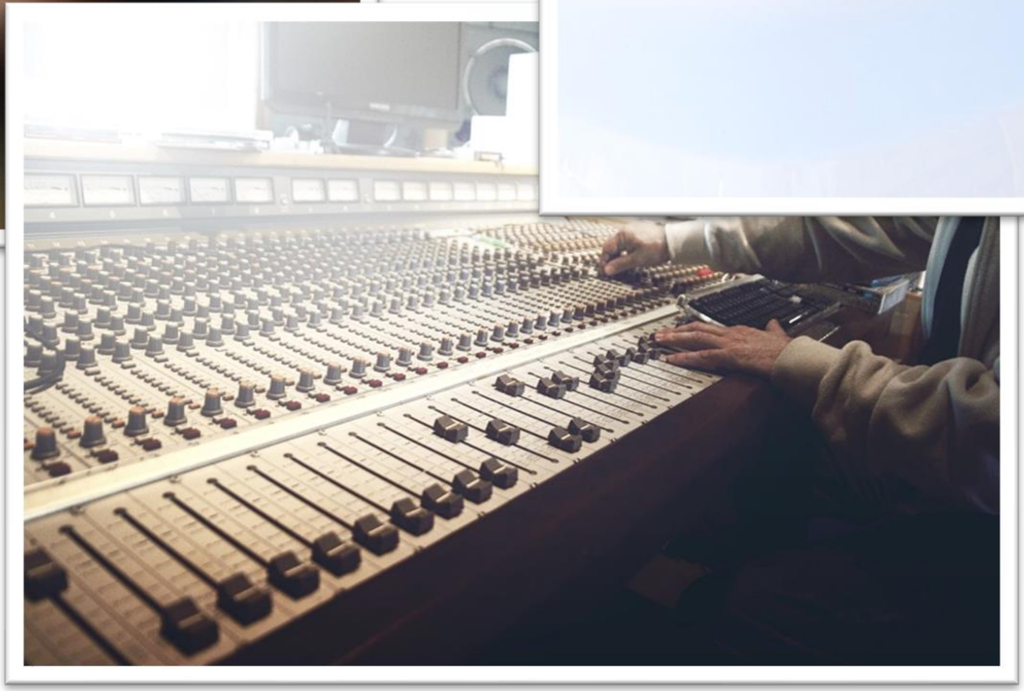


Exercice 2 :

En s'aidant des raisonnements précédents, proposer une méthode graphique pour estimer la valeur de la constante de temps τ du circuit à partir de la représentation graphique de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps lors de la décharge.

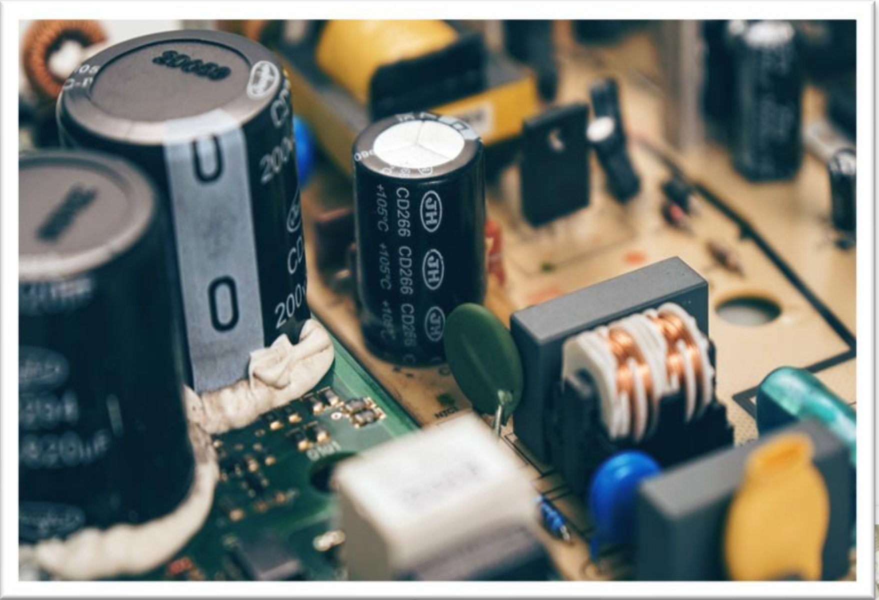
Exemples d'application



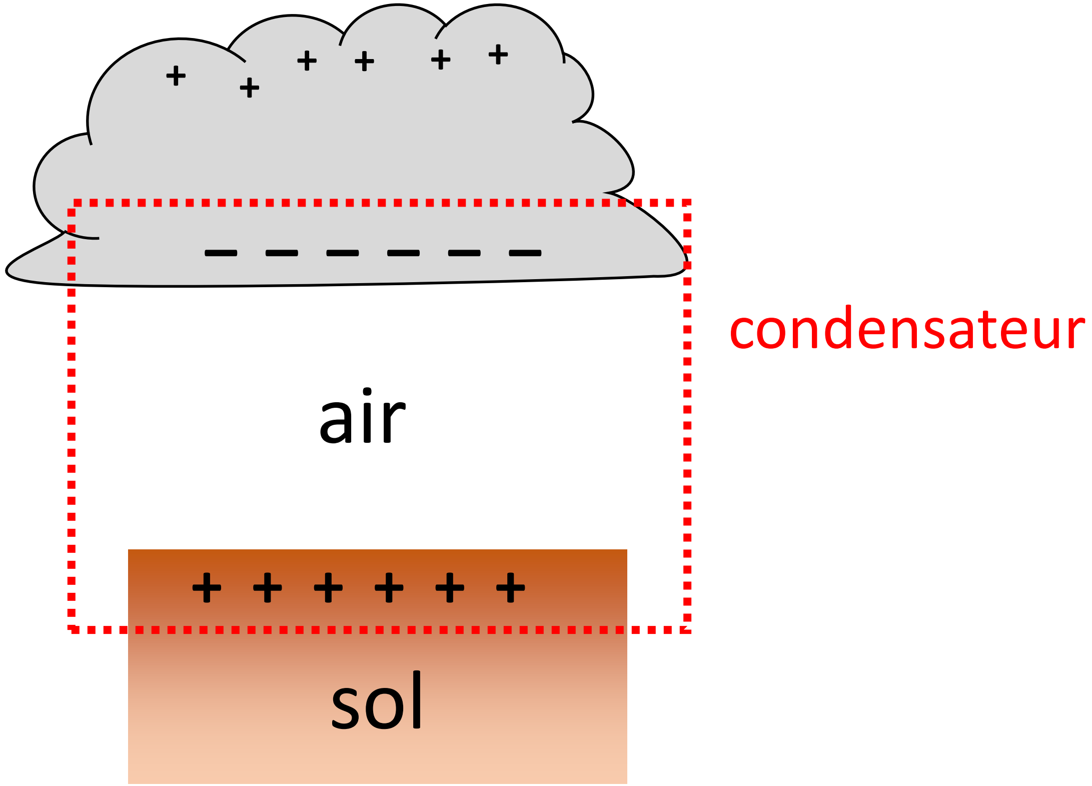


Intérêts de l’utilisation des circuits RC série

- Éviter les brusques variations de la tension électrique
- Filtrer des signaux
- Élaborer des composants électroniques
- Élaborer des générateurs, etc.



Les condensateurs décrivent aussi des phénomènes naturels

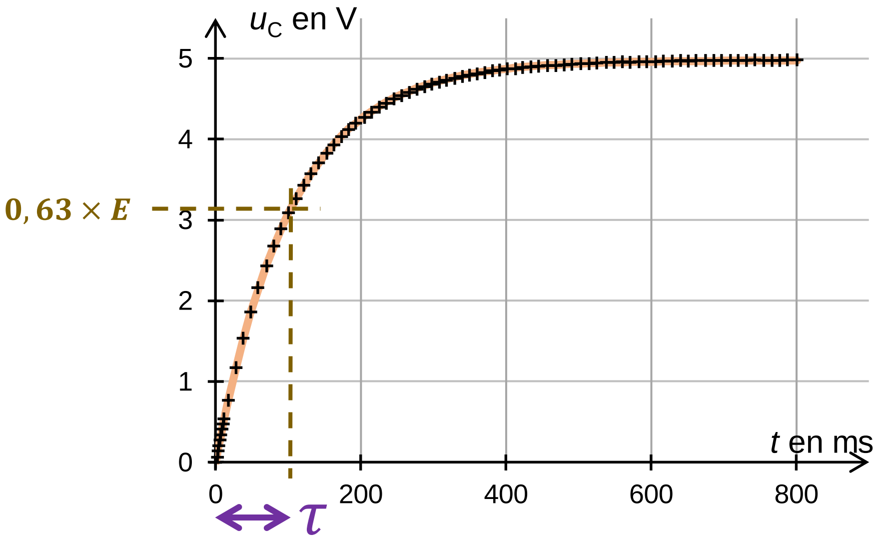


Circuits RC série – Bilan

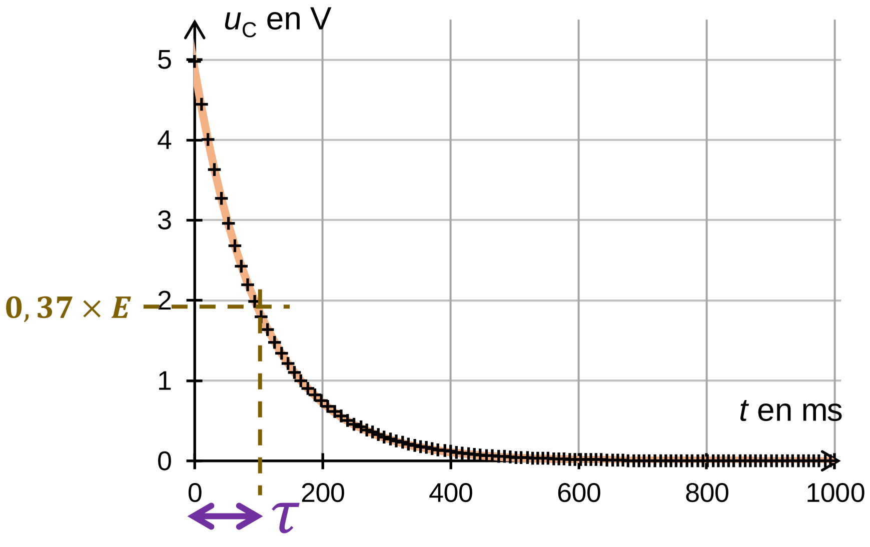
Dans un circuit RC série, le condensateur :

- se charge, stocke des charges électriques opposées sur ses armatures, sa tension augmente et les charges véhiculées dans le circuit sont à l'origine d'un courant électrique
- se décharge, déstocke ses charges électriques, sa tension diminue et les charges libérées dans le circuit sont à l'origine d'un courant électrique

Charge :



Décharge :



La constante de temps $R \cdot C$ est un temps caractéristique des phénomènes de charge et de décharge du condensateur.

Circuits RC série – Compétences mobilisées et travaillées

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Savoirs :

- relier la circulation des porteurs de charge à une intensité de courant électrique;
- savoir qu'il y a accumulation de charges de signes opposés sur les armatures en regard ;
- relier l'intensité du courant électrique et la tension aux bornes d'un condensateur.

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E \ ou \ 0$$

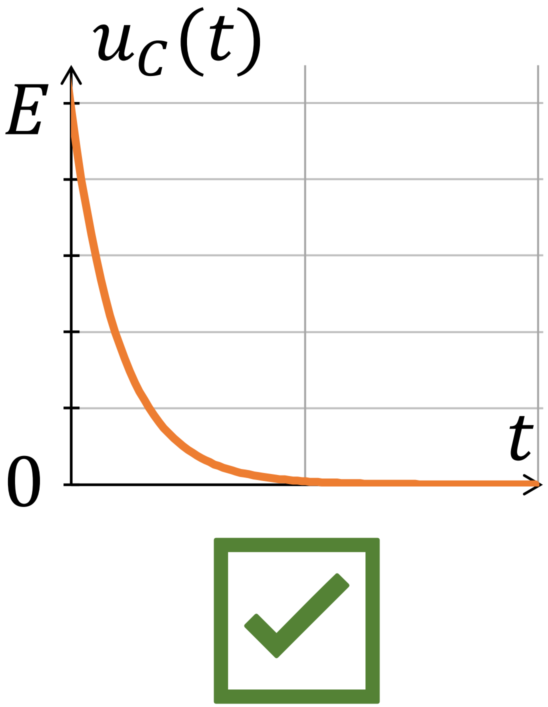
$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

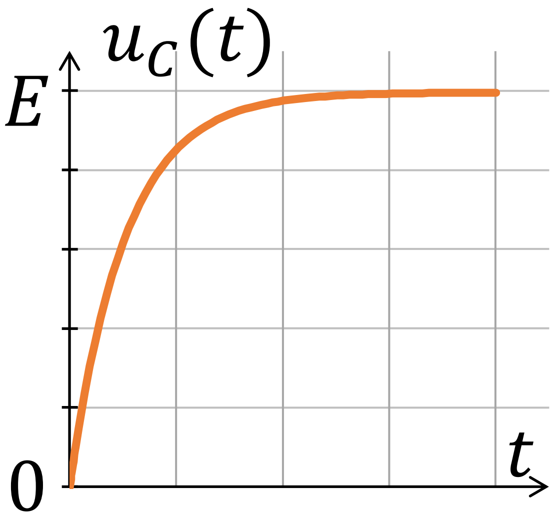
Savoir-faire :

- établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur dans un circuit RC série ;
- étudier la réponse d'un circuit RC série et déterminer son temps caractéristique.

Question

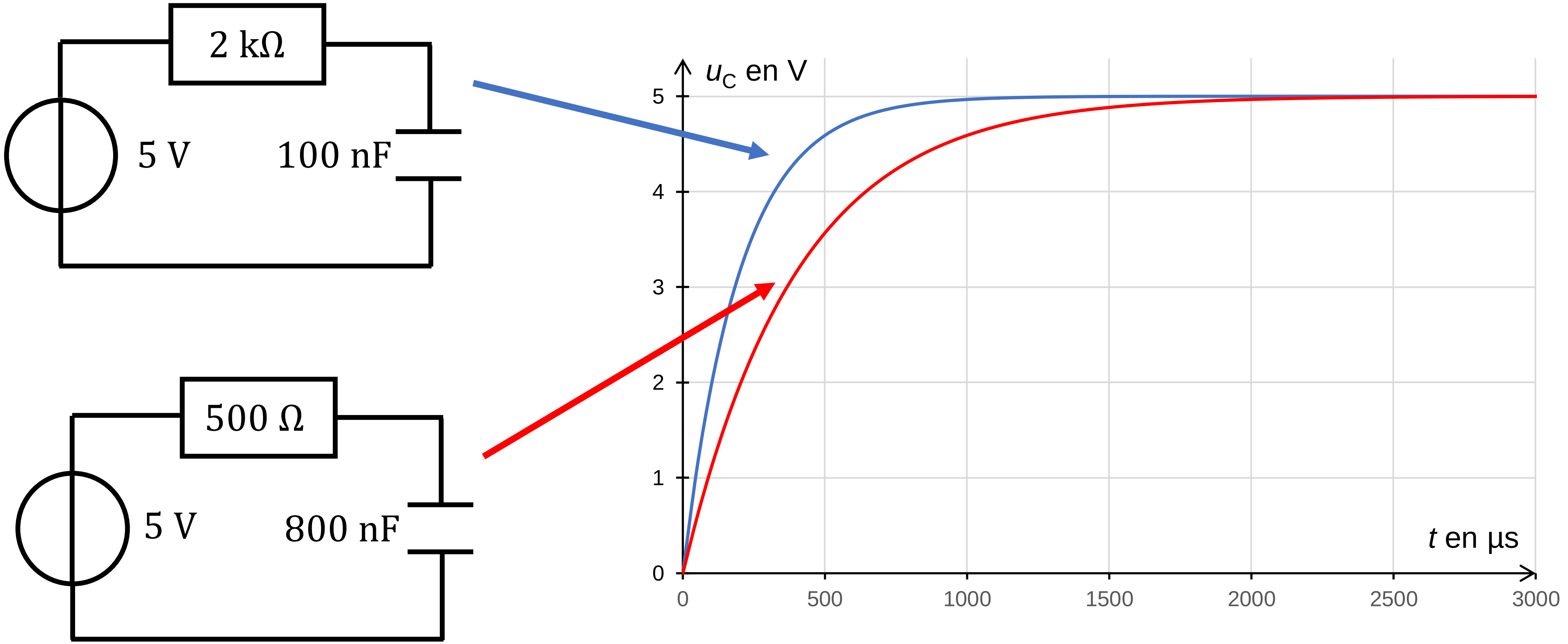
Quel graphique illustre la décharge d'un condensateur ?





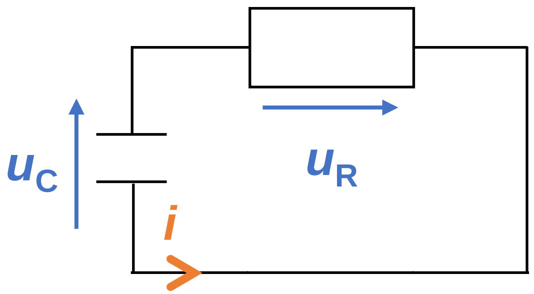
Question

Les deux condensateurs sont initialement déchargés.
Associer un circuit à une courbe :



[Décharge] Mise en équation du système étudié

- Schéma :



- Charge et tension :

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

- Loi d'Ohm :

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

- $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

<u>Solution de l'exercice 1 :</u>

D'après la loi des mailles : $u_C(t) + u_R(t) = 0$

D'après la loi d'Ohm,

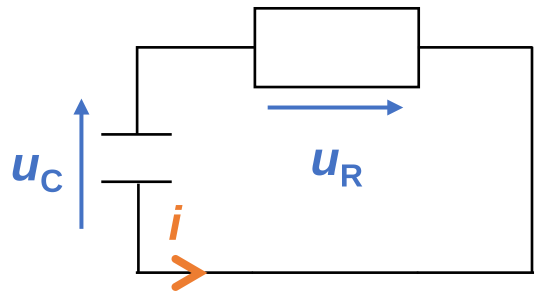
$$u_C(t) + R \cdot i(t) = 0$$

D'après la relation entre l'intensité et la tension aux bornes du condensateur :

$$u_C(t) + R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

[Décharge] Mise en équation du système étudié

- Schéma :



- Charge et tension :

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

- Loi d'Ohm :

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

- $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

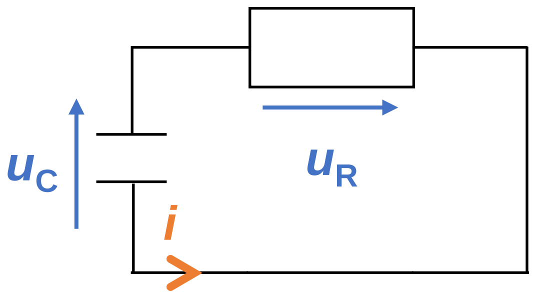
<u>Remarque :</u> dans cette situation, le courant semble circuler du pôle – vers le pôle + du condensateur dans le circuit électrique !

Toutefois, la valeur de *i* durant la décharge est de signe négatif car $i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ et la tension aux bornes du condensateur est décroissante dans le temps donc $\frac{du_C(t)}{dt} < 0$.

Le courant est donc finalement bien orienté dans le bon sens de circulation.

[Décharge] Mise en équation du système étudié

- Schéma :



- Charge et tension :

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

- Loi d'Ohm :

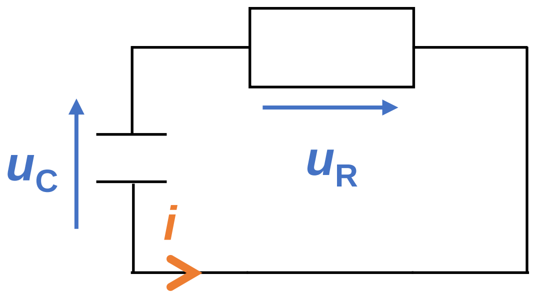
$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

- $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

<u>Autre approche :</u> dans cette situation, le condensateur joue le rôle de générateur. On peut donc dessiner les flèches pour *i* et pour u_C dans le même sens (changement de convention). Le courant est alors dans le « bon sens », sa valeur est comptée positivement, mais il faut alors ajuster l'équation $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ car $i > 0$ alors que la charge des armatures du condensateur diminue dans le temps donc $\frac{dq(t)}{dt} < 0$. En convention générateur, la formule devient $i(t) = -\frac{dq(t)}{dt}$.

[Décharge] Mise en équation du système étudié

- Schéma :



- Charge et tension :

$$q(t) = C \cdot u_C(t)$$

- Loi d'Ohm :

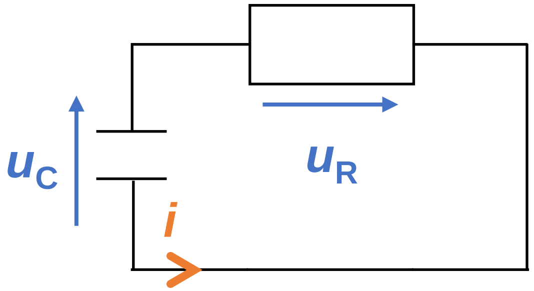
$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

- $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

<u>Autre approche (suite) :</u> Comme les orientations des flèches ont changé, la loi des mailles s'écrit $u_C(t) - u_R(t) = 0$. Avec la loi d'Ohm, $u_C(t) - R \cdot i(t) = 0$ et comme, dans ce cas, $i(t) = -C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$, la loi des mailles devient : $u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = 0$. On retrouve la même loi : un même phénomène physique ne doit pas être décrit différemment sous prétexte que nous choisissons d'en faire un approche différente, avec une convention différente.

[Décharge] Étude expérimentale

- Schéma :



- Valeurs de l'expérience :

$E = 5{,}0\ V\ ; R = 10\ k\Omega\ ; C = 10\ \mu F$

- Après une durée τ :

$$u_C(t = \tau) = E \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau}\right)$$

$$u_C(\tau) = E \cdot \exp(-1)$$

$$u_C(\tau) \approx E \times 0{,}37$$

Solution de l'exercice 2 :