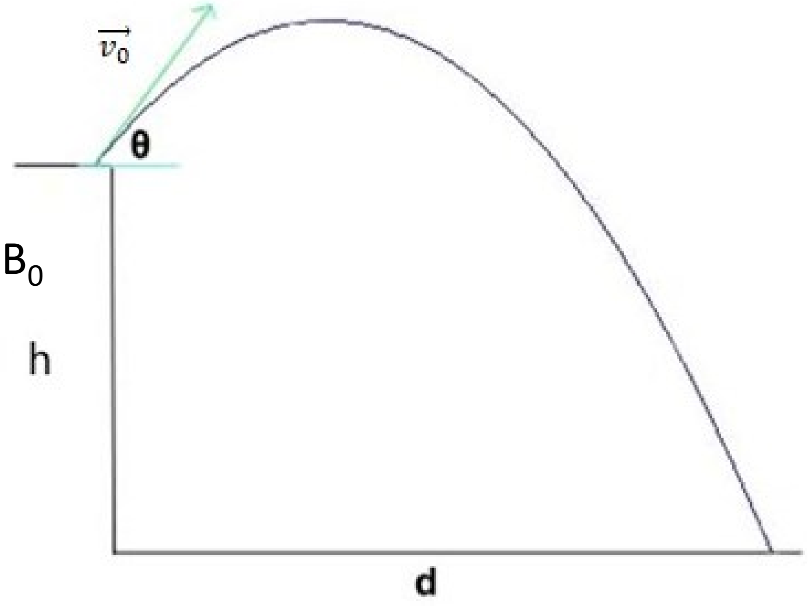
Physique

Un service au volley-ball

Un sujet de bac :
la trajectoire parabolique d'un ballon de volley-ball

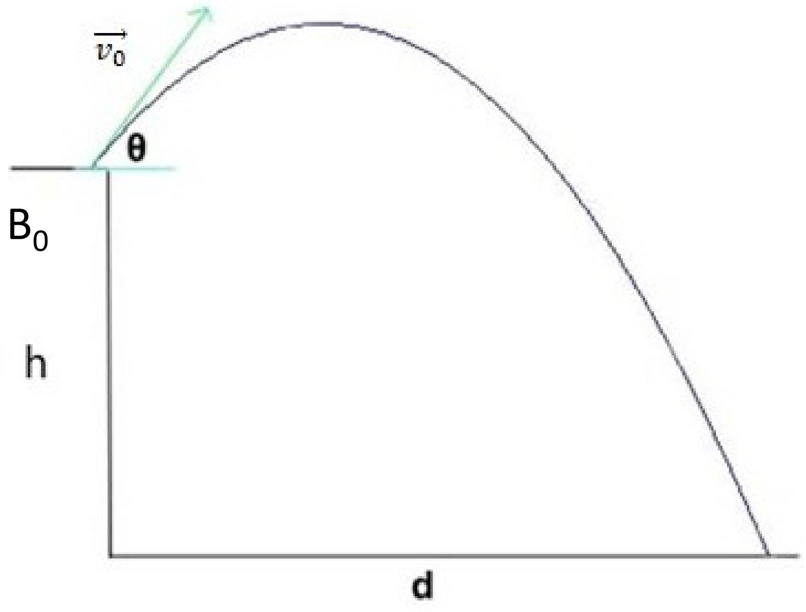


Après une course d'élan, le serveur au volley-ball saute de façon à frapper le ballon en un point B_0 situé à la hauteur *h* au-dessus de la ligne de fond du terrain. La hauteur *h* désigne alors l'altitude initiale du centre du ballon.
Le vecteur vitesse initiale du ballon fait un angle θ avec le sol.

Le mouvement du ballon est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (O*x*, O*y*) et l'instant de la frappe est choisi comme origine des temps.

Le service sera-t-il réussi ?
De quels paramètres dépend la réussite du service ?

Le plan d'étude



Système : le système étudié est le ballon de volley.
Le ballon est assimilé à un point matériel, comme si toute la masse du ballon était concentrée en ce point.

Référentiel : le référentiel terrestre, supposé galiléen, associé à un repère (Ox, Oy) *(l'instant de la frappe est choisi comme origine des temps)*

Bilan des forces : on étudie le mouvement du centre du ballon sans tenir compte de l'action de l'air ; la seule action retenue est celle exercée par la Terre, modélisée par une force, le poids, vertical, dirigé vers le bas, de valeur P = mg avec g intensité du champ de pesanteur.

Bilan vectoriel des forces :

$\vec{P} = m\vec{g}$ avec $\vec{g}$ champ de pesanteur, on dit alors que le système est en chute libre car il n'est soumis qu'à son poids .

Seconde loi de Newton :

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{mv})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

En considérant la masse constante $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

Les questions du sujet de baccalauréat

1- Établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon : $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

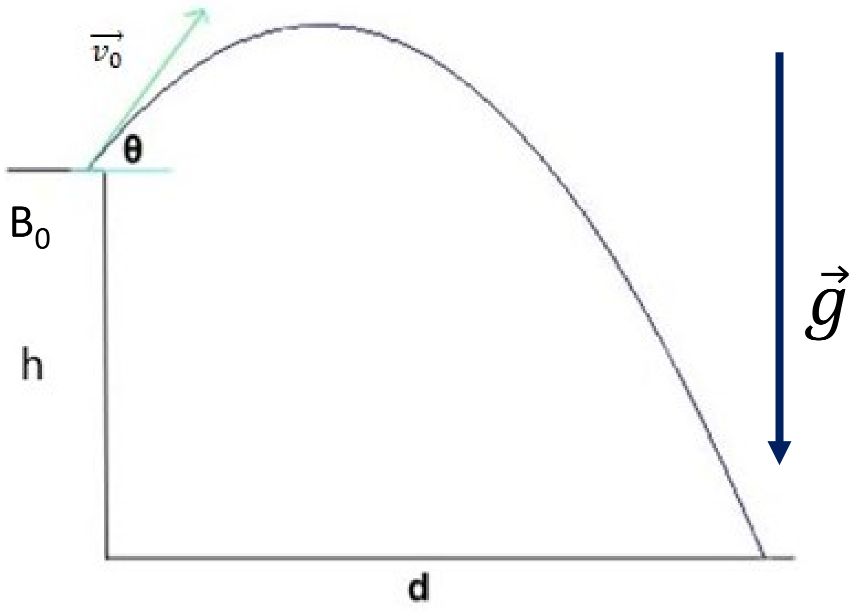
$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ Or $\Sigma\vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$

donc $m\vec{a} = m\vec{g}$

$\vec{a} = \vec{g}$,

Le vecteur $\vec{a}$ est donc vertical, dirigé vers le bas ; les coordonnées du vecteur $\vec{a}$ sont donc, en tenant compte de l'orientation des axes dans le repère (Ox, Oy) :

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$



2- Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

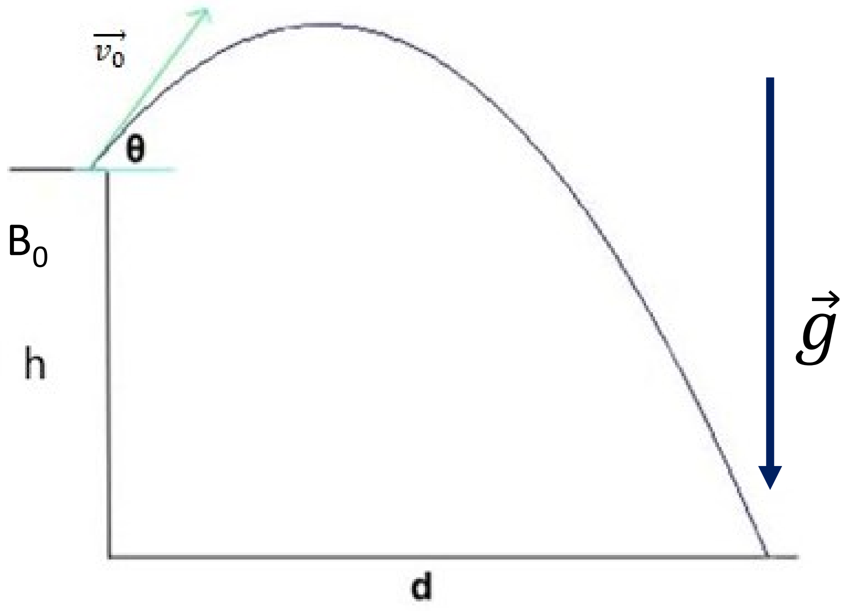
$$x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \qquad \text{et} \qquad y(t) = -\frac{g \times t^2}{2} + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h$$

Les conditions initiales

Les coordonnées du vecteur vitesse initiale sont :

$$v_x(0) = v_0 \times cos\theta$$
$$v_y(0) = v_0 \times sin\theta$$

Attention à l'orientation des axes !



2- Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \qquad \text{et} \qquad y(t) = -\frac{g \times t^2}{2} + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h$$

On retient : $\begin{cases} v_x(0) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(0) = v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$ et $\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$

On rappelle : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Déterminer le vecteur vitesse consiste à rechercher la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur accélération :

➔ On cherche $v_x(t)$ tel que $\frac{dv_x(t)}{dt} = 0$

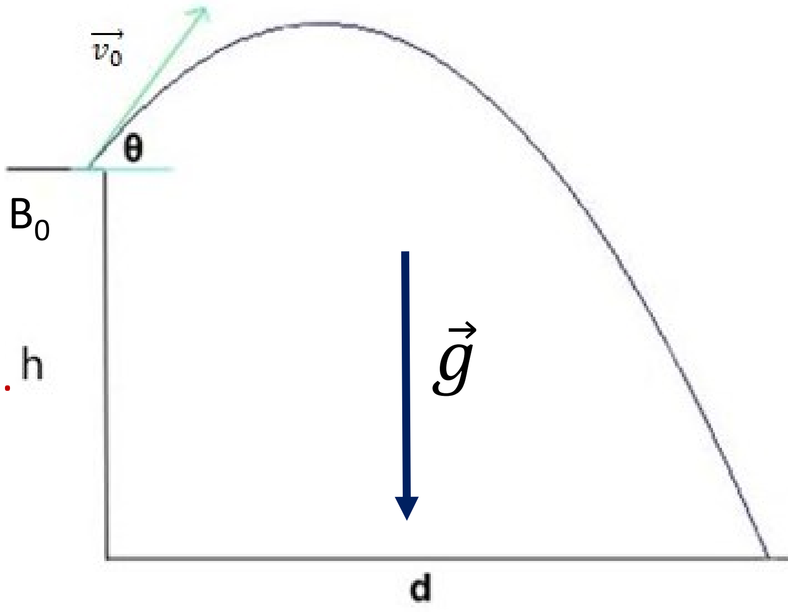
Ainsi $v_x(t) = C_1$, quel que soit t, où C_1 est une constante d'intégration.

Or à t = 0, $v_x(0) = v_0 \times cos\theta$, par identification $C_1 = v_0 \times cos\theta$.
Donc $v_x(t) = v_0 \times cos\theta$.

➔ On cherche $v_y(t)$ tel que $\frac{dv_y(t)}{dt} = -g$

Ainsi $v_y(t) = -g \times t + C_2$, quelque soit t, où C_2 est une constante d'intégration.

À t = 0, $v_y(t) = -g \times 0 + C_2 = C_2$.
Or à t = 0, $v_y(0) = v_0 \times sin\theta$, par identification $C_2 = v_0 \times sin\theta$.
Donc $v_y(t) = -g \times t + v_0 \times sin\theta$.



2- Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \qquad \text{et} \qquad y(t) = -\frac{g \times t^2}{2} + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h$$

On retient : $\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$

On rappelle : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

Déterminer le vecteur position consiste à rechercher la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur vitesse.

➔ On cherche x(t) tel que $\frac{dx(t)}{dt} = v_0 \times \cos(\theta)$

Ainsi $x(t) = v_0 \times cos\theta \times t + C_3$, quelque soit t, où C_3 est une constante d'intégration.

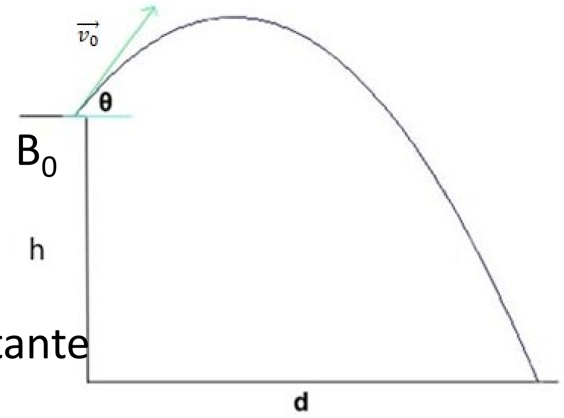
À t = 0, $x(t) = v_0 \times cos\theta \times 0 + C_3 = C_3$.

Or à t = 0, x(0) = 0 , par identification, $C_3 = 0$.

Donc **x(t) = $\boldsymbol{v_0 \times cos\theta \times t}$**

➔ On cherche y(t) tel que $\frac{dy(t)}{dt} = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta)$

Ainsi $y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + C_4$, quelque soit t, où C_4 est une constante d'intégration.



À t = 0, $y(0) = -\frac{1}{2} g \times 0^2 + v_0 \times sin\theta \times 0 + C_4 = C_4$.

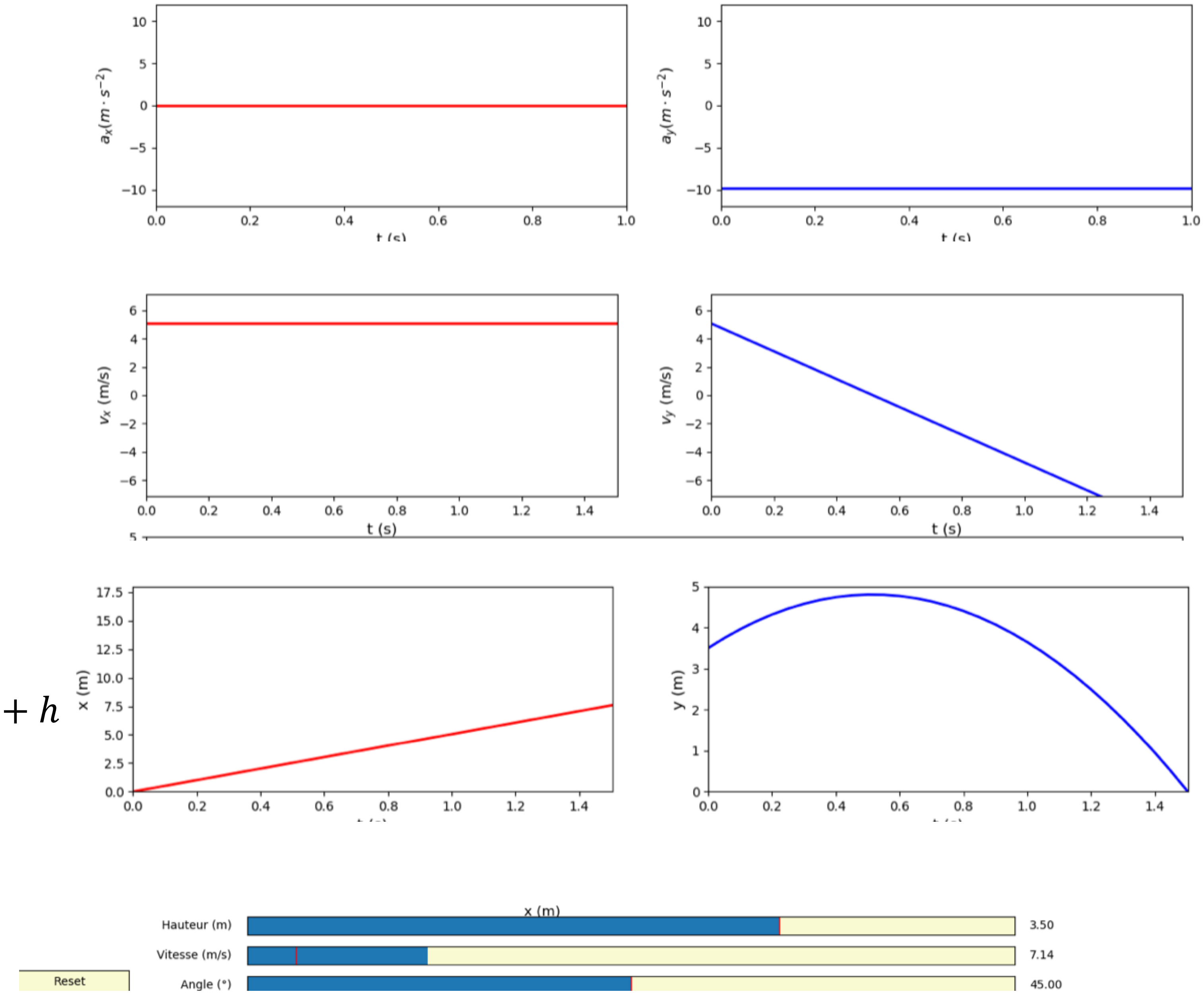
Or à t = 0, y(0) = h, par identification, $C_4 = h$.

Donc $\boldsymbol{y(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \times sin\theta \times t + h}$

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

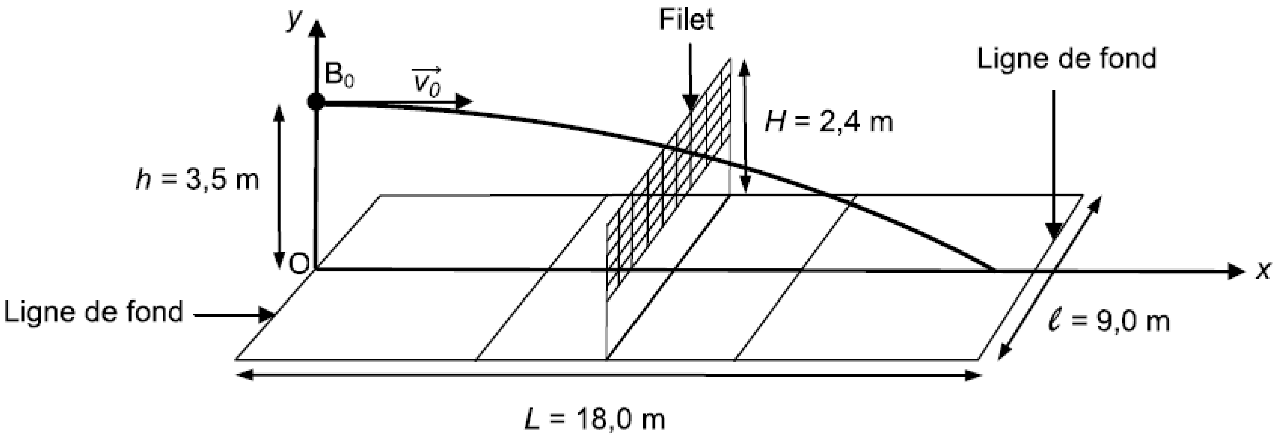
$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$$

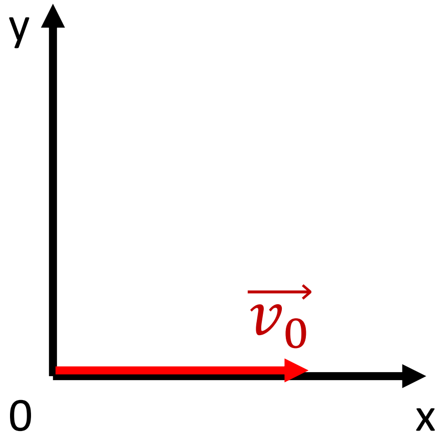
$$\begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h \end{cases}$$



Retour sur le sujet

Le vecteur vitesse initiale est horizontal.





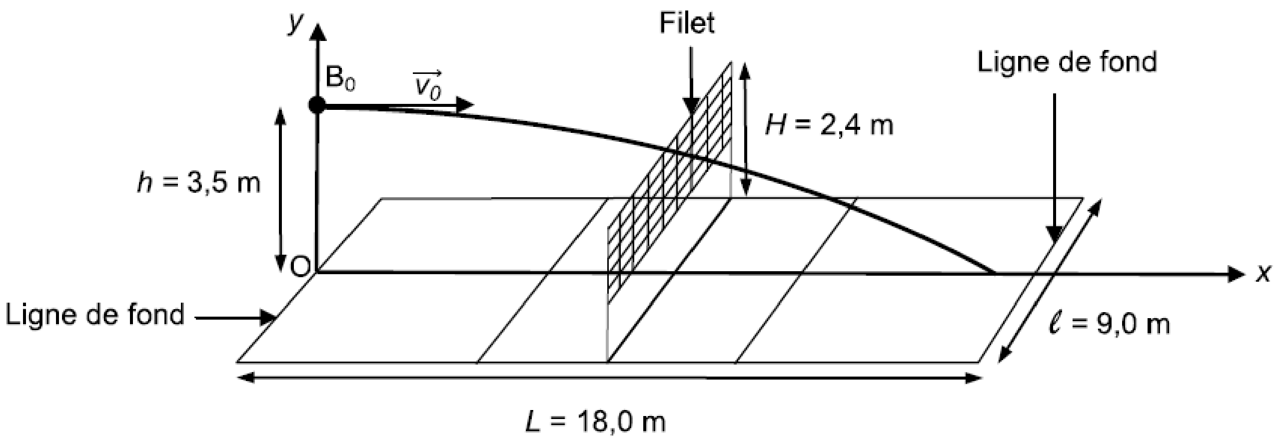
Les conditions initiales

Les coordonnées du vecteur vitesse initiale sont :

$$v_x(0) = v_0$$
$$v_y(0) = 0$$

Retour sur le sujet

Le vecteur vitesse initiale est horizontal.



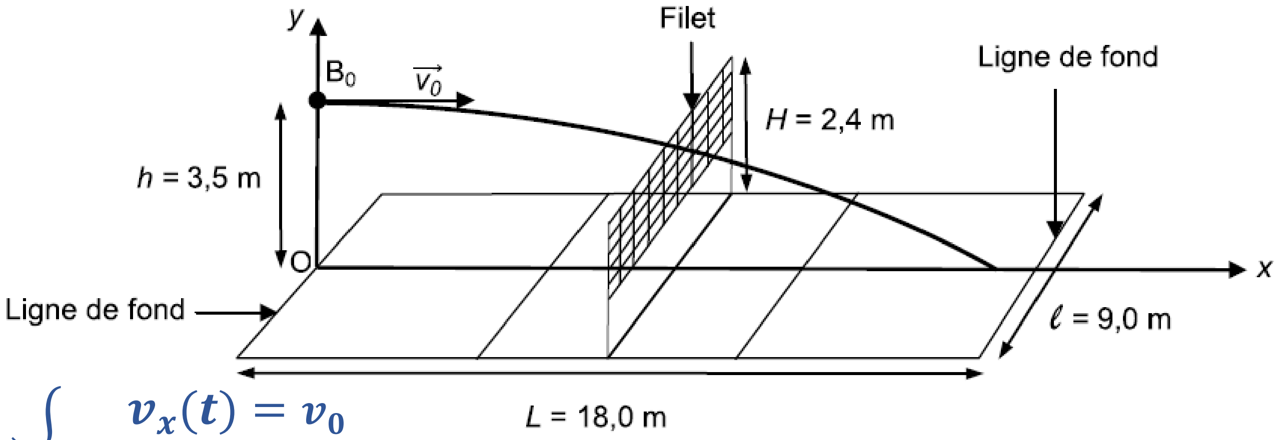
$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -g \times t \end{cases}$$

Retour sur le sujet

Le vecteur vitesse initiale est horizontal.



$$\begin{cases} \boldsymbol{a_x(t) = 0} \\ \boldsymbol{a_y(t) = -g} \end{cases}$$

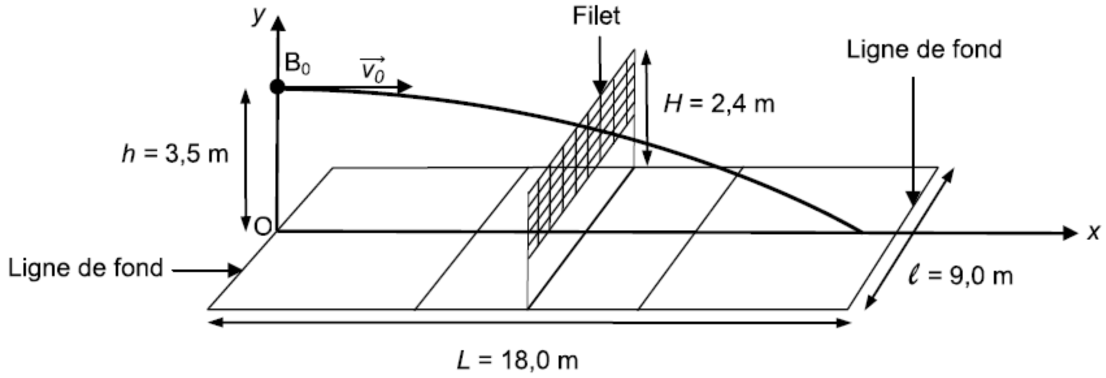
$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{v_x(t) = v_0} \\ \boldsymbol{v_y(t) = -g \times t} \end{cases}$$

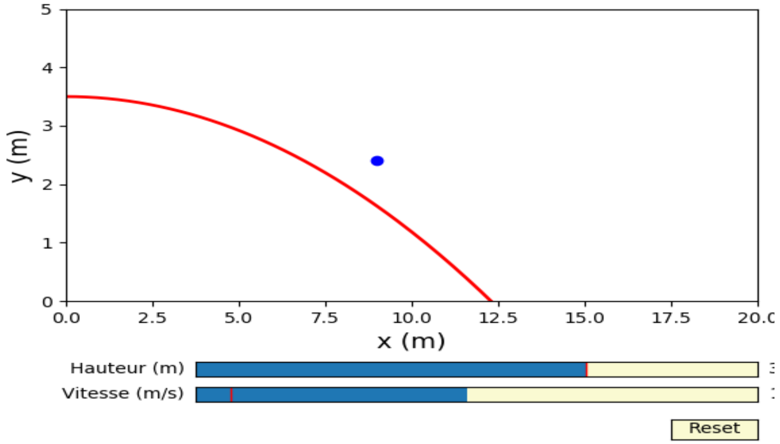
$$\begin{cases} \mathrm{x(t)} = v_0 \times \cos(\theta) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{\mathrm{x(t)} = v_0 \times t} \\ \boldsymbol{y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + h} \end{cases}$$

En éliminant la variable t entre les deux équations horaires, on établit l’équation de la trajectoire :

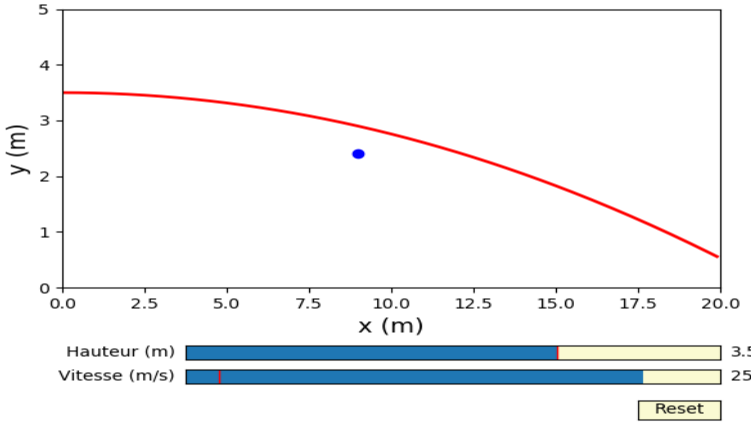
Alors ? Le service est-il réussi ?

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$

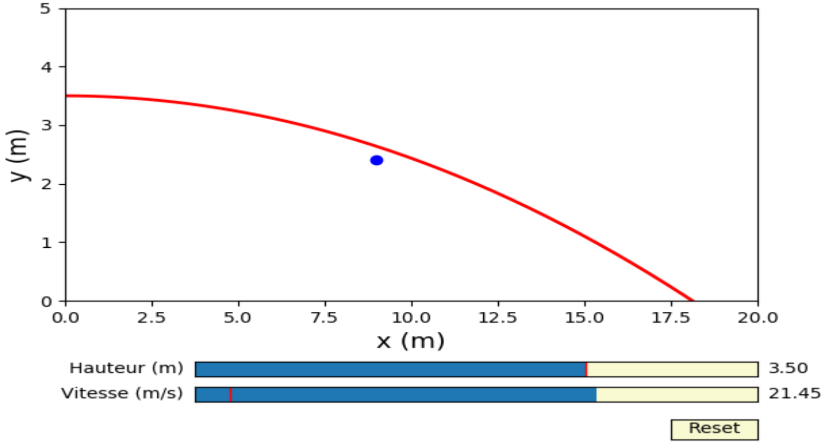




$V_0 = 14{,}55\ m.s^{-1}$



$V_0 = 25{,}69\ m.s^{-1}$



$V_0 = 21{,}45\ m.s^{-1}$

Le service est réussi car :

- **Le point M passe au-dessus du filet : à x = 9,0 m, que vaut y(9) ?** $y(9) = -\frac{9{,}81}{21}9{,}0^2 + 3{,}50 = 2{,}6\ m > 2{,}4\ m$
- **Le point M arrive au sol à l'intérieur du terrain : lorsque y = 0, que vaut x ?**

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h \qquad x^2 = \frac{2v_0^2 \times h}{g} \qquad x = \sqrt{\frac{2v_0^2 \times h}{g}} \qquad x = \sqrt{\frac{2\times 21^2\times 3{,}5}{9{,}81}} = 17{,}7\ m < 18\ m$$

Retour sur le sujet : étude énergétique

Afin de déterminer la vitesse du ballon au moment où il touche le sol, on effectue une étude énergétique.

Lorsque l'énergie potentielle de pesanteur est choisie de manière à vérifier la condition suivante : $E_{pp} = 0$ J pour $y = 0$ m.

Rappeler les expressions littérales des énergies cinétique E_c, potentielle de pesanteur E_{pp} et mécanique E_m du ballon en un point quelconque.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$E_{pp} = mgy$ avec l'axe des altitudes y orienté vers le haut

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

Retour sur le sujet : étude énergétique

Le graphe de la figure 3 représente l'évolution en fonction du temps des trois énergies précédentes.
Associer chaque courbe 1, 2, 3 à l'une des trois énergies E_m, E_{pp} et E_c. Justifier.

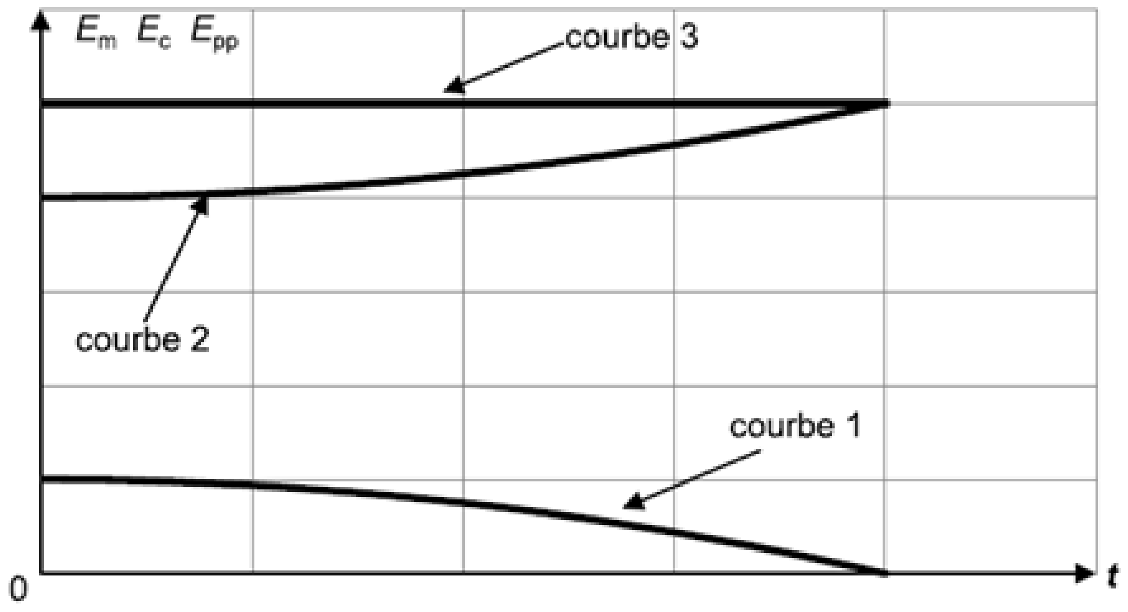


Figure 3. Allure de l'évolution des énergies du ballon au cours du temps

E_{pp} est associée à la courbe 1,
car l'altitude décroît au cours du temps.

E_c est associée à la courbe 2,
car la vitesse croît au cours du temps.

E_m est associée à la courbe 3,
E_m reste constante au cours du mouvement du point M ; dans le modèle de la chute libre, l'énergie mécanique reste constante (absence de forces de frottements).

Conclusion sur le mouvement d’un point matériel dans un champ uniforme

Vous êtes :

- ✓ Capable d’établir les équations horaires du mouvement d’un point matériel.

ATTENTION AUX AUTOMATISMES !

- ✓ Capable d’utiliser un modèle (ici celui de la chute libre) afin de répondre à une problématique.