

L'équilibre de Hardy-Weinberg

Conditions de stabilité de la fréquence des allèles

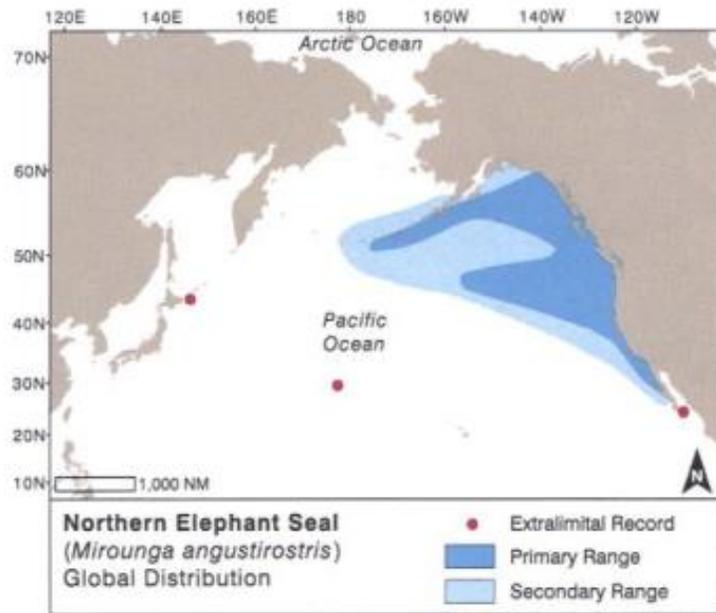
Prérequis :

comprendre la différence entre génotype et phénotype

savoir écrire les génotypes et les phénotypes pour un individu

savoir calculer une fréquence génotypique et allélique

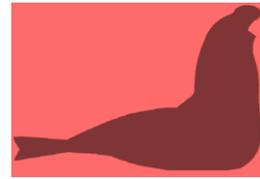
1- des fréquences alléliques
variables dans certaines
conditions



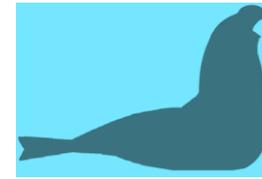
Eléphant de mer du Nord



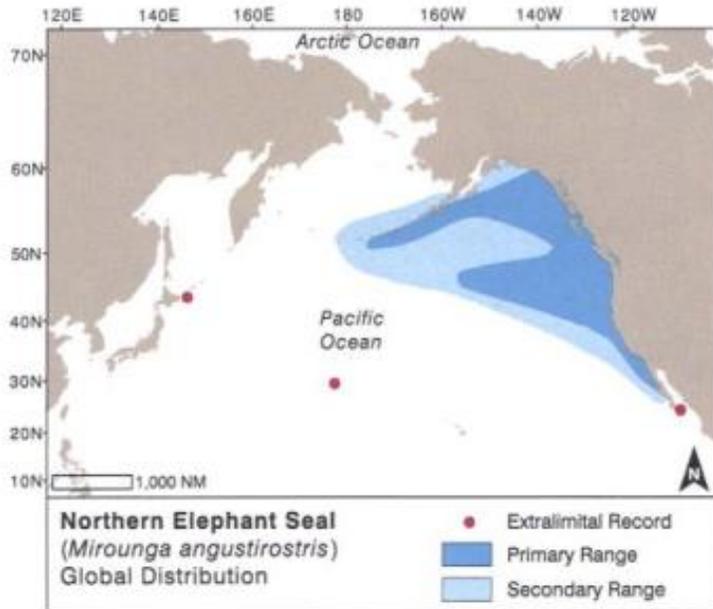
Étude de la fréquence de deux allèles d'un gène mitochondrial



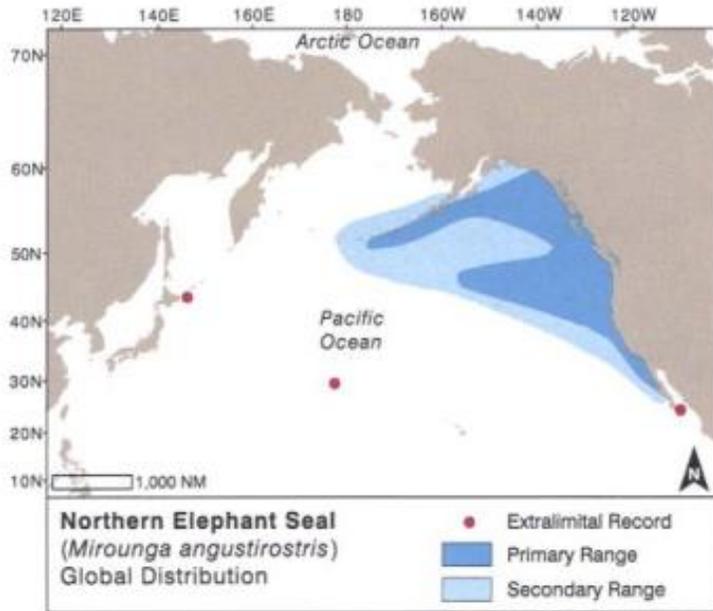
allèle 1



allèle 2



Eléphant de mer du Nord



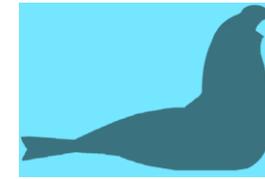
Eléphant de mer du Nord

Source: Weber et al, Current biology 2000

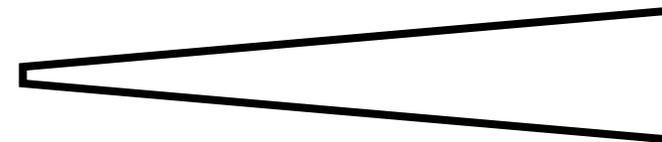
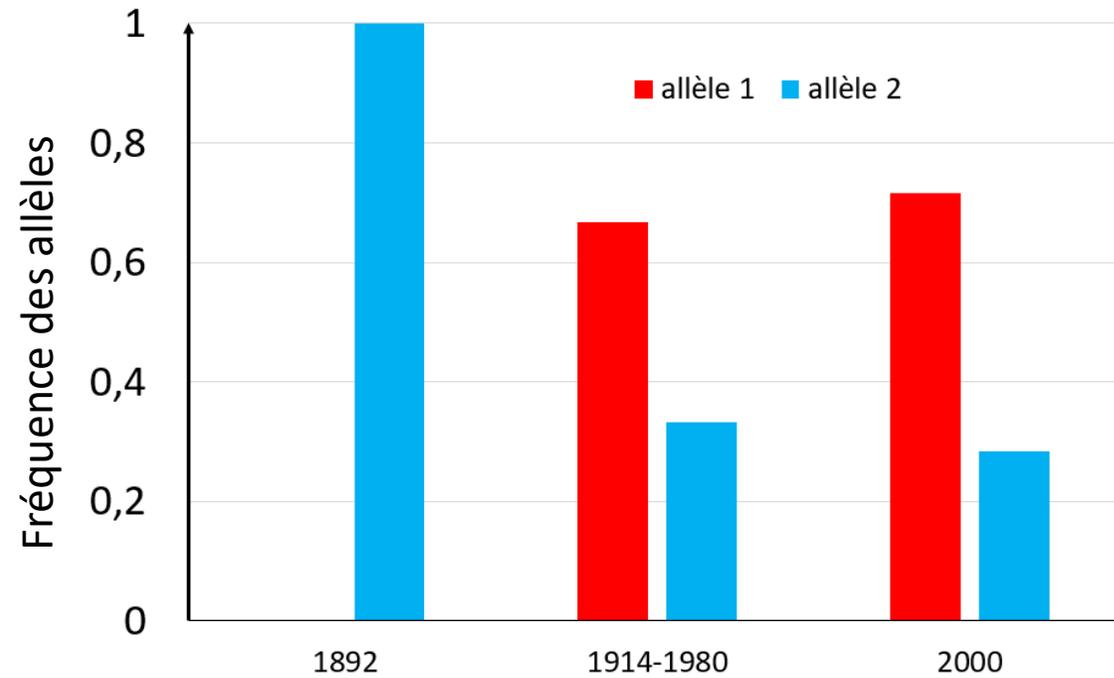
Étude de la fréquence de deux allèles d'un gène mitochondrial



allèle 1



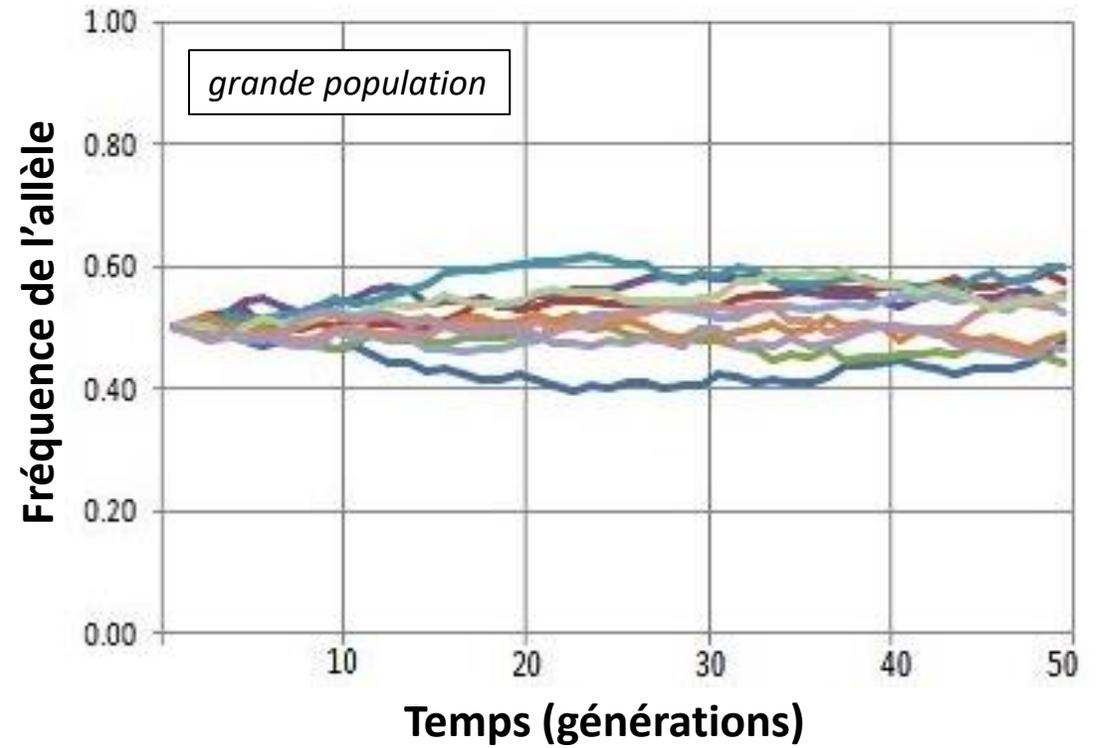
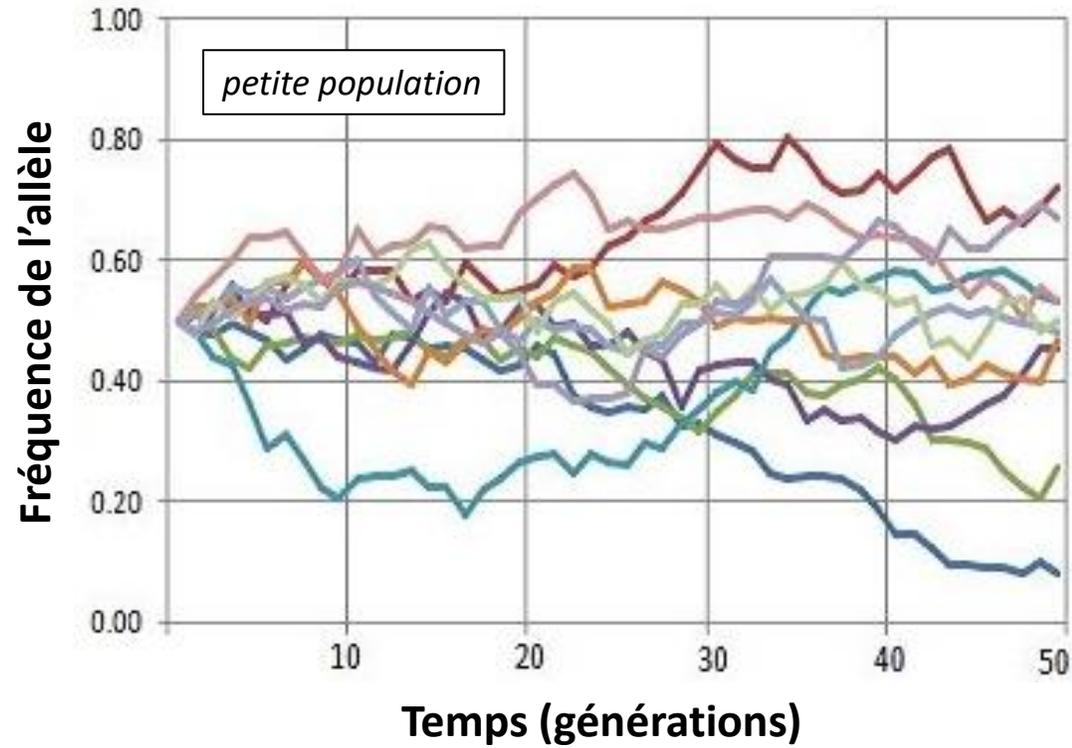
allèle 2

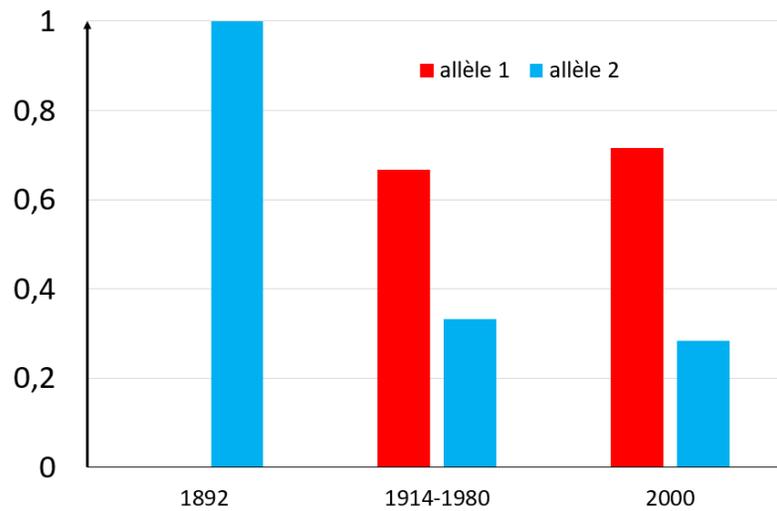
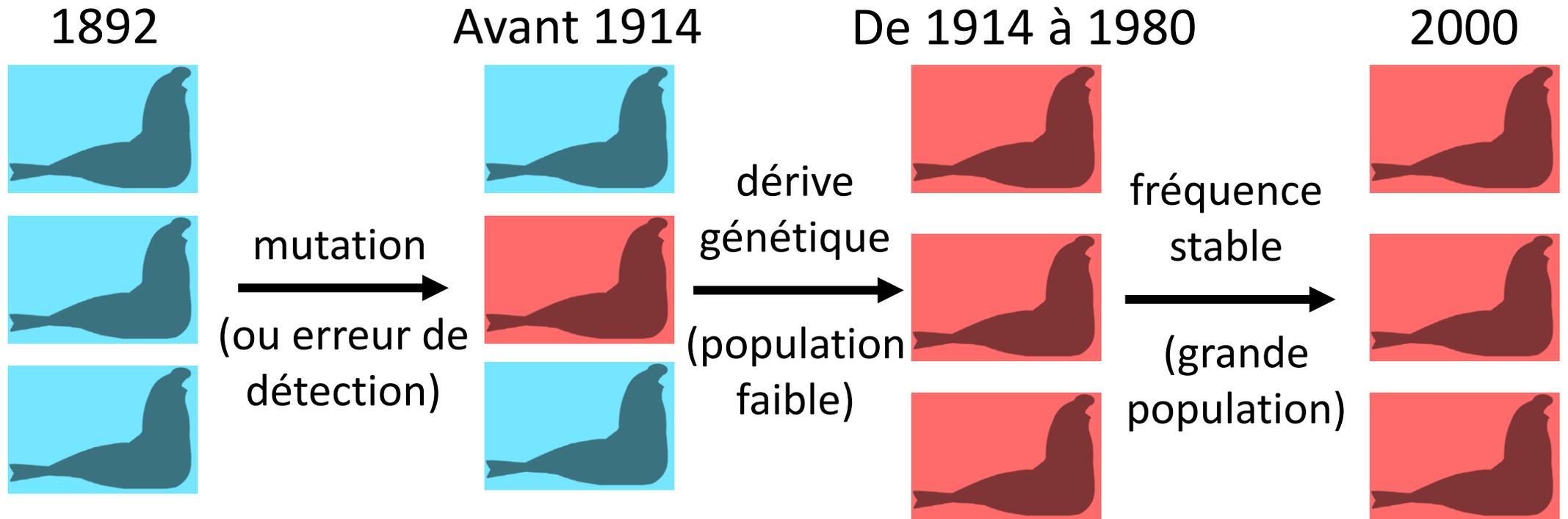


20-100 individus

175 000 individus

Simulation de l'évolution de la fréquence d'un allèle dans deux populations





2- la loi de Hardy-Weinberg :
conditions de stabilité des
fréquences alléliques

Si une population remplit au moins les conditions suivantes :

- population de grande taille (pas de dérive génétique)
- pas de mutation (ou au moins négligeable à l'échelle de temps utilisée)

Si une population remplit au moins les conditions suivantes :

- population de grande taille (pas de dérive génétique)
- pas de mutation (ou au moins négligeable à l'échelle de temps utilisée)

Alors la fréquence des allèles est constante en fonction du temps dans la population.

3- démonstration de la loi pour un modèle simplifié

Modèle :

1) population ultra simplifiée avec un seul gène et deux allèles : A et B.

Modèle :

- 1) population ultra simplifiée avec un seul gène et deux allèles : A et B
- 2) reproduction simultanée de tous les individus et mort après la reproduction

Modèle :

- 1) population ultra simplifiée avec un seul gène et deux allèles : A et B
- 2) reproduction simultanée de tous les individus et mort après la reproduction
- 3) pour la première génération : fréquence p pour l'allèle A et q pour l'allèle B

Par exemple : $p=0,9$, soit 90 % et $q=0,1$, soit 10 %

Modèle :

- 1) population ultra simplifiée avec un seul gène et deux allèles : A et B
- 2) reproduction simultanée de tous les individus et mort après la reproduction
- 3) pour la première génération : fréquence p pour l'allèle A et q pour l'allèle B

Par exemple : $p=0,9$, soit 90 % et $q=0,1$, soit 10 %

Tous les allèles sont soit des allèles A, soit des B, donc **$p+q=1$** (ou 100 %).

Modèle :

- 1) population ultra simplifiée avec un seul gène et deux allèles : A et B
- 2) reproduction simultanée de tous les individus et mort après la reproduction
- 3) pour la première génération : fréquence p pour l'allèle A et q pour l'allèle B dans la population

Par exemple : $p=0,9$, soit 90 % et $q=0,1$, soit 10 %

Tous les allèles sont soit des allèles A, soit des B, donc **$p+q=1$** (ou 100 %)

Objectif : montrer que la fréquence des allèles est constante **d'une génération à l'autre.**

Tableau de croisement pour prévoir la génération suivante

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

	Gamète mâle	Allèle A	Allèle B
Gamète femelle			
Allèle A			
Allèle B			



Source : Inserm

Tableau de croisement pour simuler la génération suivante

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

	Gamète mâle	Allèle A	Allèle B
Gamète femelle		Probabilité : p	Probabilité : q
Allèle A		(A//A)	(A//B)
Allèle B		(A//B)	(B//B)
		Probabilité : p	Probabilité : q

Tableau de croisement pour simuler la génération suivante

À la première génération :

$f_A = p$

$f_B = q$

	Gamète mâle	Allèle A	Allèle B
Gamète femelle		Probabilité : p	Probabilité : q
Allèle A		(A//A) p ²	(A//B) pq
Allèle B		(A//B) pq	(B//B) q ²

Tableau de croisement pour simuler la génération suivante

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

À la deuxième génération :

$$f_{(A//A)} = p^2$$

$$f_{(B//B)} = q^2$$

$$f_{(A//B)} = pq + pq = 2pq$$

		Gamète mâle	
		Allèle A Probabilité: p	Allèle B Probabilité: q
Gamète femelle	Allèle A Probabilité: p	(A//A) p^2	(A//B) pq
	Allèle B Probabilité: q	(A//B) pq	(B//B) q^2

Calcul des fréquences alléliques de la deuxième génération

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

$$f_A = \frac{n_A}{2N}$$

À la deuxième génération :

$$f_{(A/A)} = p^2$$

$$f_{(B/B)} = q^2$$

$$f_{(A/B)} = pq + pq = 2pq$$

Calcul des fréquences alléliques de la deuxième génération

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

$$f_A = \frac{n_A}{2N}$$

Avec $n_A = n_A$ venant des (A//A) + n_A venant des (A//B)

$$n_A = 2n_{(A//A)} + n_{(A//B)}$$

$$n_A = 2Nf_{(A//A)} + Nf_{(A//B)}$$

À la deuxième génération :

$$f_{(A//A)} = p^2$$

$$f_{(B//B)} = q^2$$

$$f_{(A//B)} = pq + pq = 2pq$$

Calcul des fréquences alléliques de la deuxième génération

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

$$f_A = \frac{n_A}{2N}$$

Avec $n_A = n_A$ venant des (A//A) + n_A venant des (A//B)

$$n_A = 2n_{(A//A)} + n_{(A//B)}$$

$$n_A = 2Nf_{(A//A)} + Nf_{(A//B)}$$

À la deuxième génération :

$$f_{(A//A)} = p^2$$

$$f_{(B//B)} = q^2$$

$$f_{(A//B)} = pq + pq = 2pq$$

$$f_A = \frac{n_A}{2N} = \frac{2Nf_{(A//A)} + Nf_{(A//B)}}{2N} = \frac{N(2f_{(A//A)} + f_{(A//B)})}{2N}$$

Calcul des fréquences alléliques de la deuxième génération

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

$$f_A = \frac{n_A}{2N}$$

Mais $n_A = n_A$ venant des (A//A) + n_A venant des (A//B)

$$n_A = 2n_{(A//A)} + n_{(A//B)}$$

$$n_A = 2Nf_{(A//A)} + Nf_{(A//B)}$$

À la deuxième génération :

$$f_{(A//A)} = p^2$$

$$f_{(B//B)} = q^2$$

$$f_{(A//B)} = pq + pq = 2pq$$

$$f_A = \frac{n_A}{2N} = \frac{2Nf_{(A//A)} + Nf_{(A//B)}}{2N} = \frac{N(2f_{(A//A)} + f_{(A//B)})}{2N}$$

$$f_A = \frac{N(2f_{(A//A)} + f_{(A//B)})}{2N} = \frac{2f_{(A//A)} + f_{(A//B)}}{2} = f_{(A//A)} + \frac{1}{2} f_{(A//B)}$$

$$f_A = f_{(A//A)} + \frac{1}{2} f_{(A//B)} = p^2 + pq = p(p+q) = p$$

Conclusion

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

À la deuxième génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

=> donc les fréquences ne changent pas

4- applications de la loi à
deux exemples de
populations animales

Si les conditions de HW sont vérifiées (pas de dérive, mutation, ...) alors,

$$- f_{(A//A)} = p^2$$

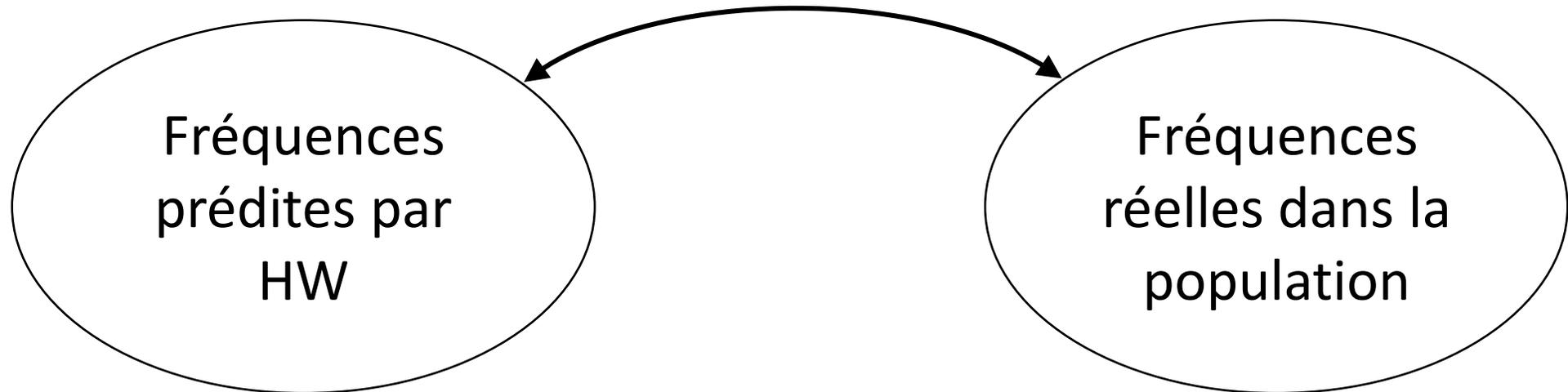
$$- f_{(B//B)} = q^2$$

$$- f_{(A//B)} = 2pq$$

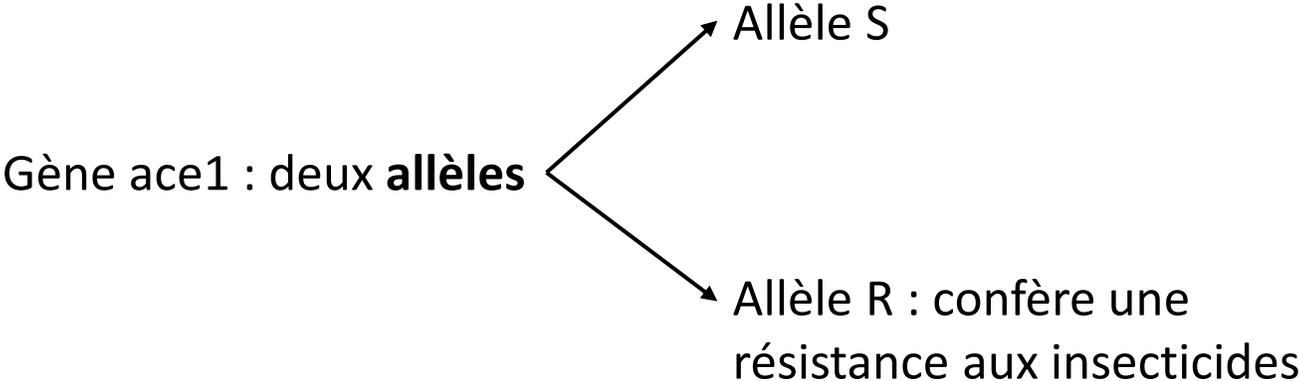
Si les conditions de HW sont vérifiées (pas de dérive, mutation, ...) alors,

- $f_{(A//A)} = p^2$
- $f_{(B//B)} = q^2$
- $f_{(A//B)} = 2pq$

S'il y a une différence, c'est que les conditions de ne sont pas respectées.



Exemple 1 : la résistance aux insecticides des moustiques au Maroc



Source: Gomez et al, Ecology and Evolution 2012

Trois génotypes possibles :

- (S//S) : aucune résistance aux insecticides
- (R//S) : résistance moyenne aux insecticides
- (R//R) : résistance forte aux insecticides, problème de développement

Au Maroc : traitement insecticide contre les moustiques surtout utilisé en ville.

Exemple 1 : la résistance aux insecticides des moustiques au Maroc

Effectif de chaque génotype dans les deux populations

Génotype	Ville	Campagne
(S//S)	45	62
(R//S)	39	11
(R//R)	1	1

Question : ces deux populations sont-elles à l'équilibre de Hardy-Weinberg ?

1) Calcul des fréquences génotypiques réelles à la campagne

Effectif de chaque génotype dans les deux populations

$$f_{r_{RS}} = \frac{n_{RS}}{N}$$

Génotype	Ville	Campagne
(S//S)	45	62
(R//S)	39	11
(R//R)	1	1

1) Calcul des fréquences génotypiques réelles à la campagne

$$fr_{RS} = \frac{n_{RS}}{N}$$

$$fr_{RS} = \frac{11}{74}$$

$$fr_{RS} = 0,15$$

1) Calcul des fréquences génotypiques réelles à la campagne

$$fr_{RS} = \frac{n_{RS}}{N} \quad fr_{RR} = \frac{n_{RR}}{N} \quad fr_{SS} = \frac{n_{SS}}{N}$$

$$fr_{RS} = \frac{11}{74} \quad fr_{RR} = \frac{1}{74} \quad fr_{SS} = \frac{62}{74}$$

$$fr_{RS} = 0,15 \quad fr_{RR} = 0,01 \quad fr_{SS} = 0,84$$

2) Calcul des fréquences alléliques à la campagne

$$f_R = \frac{n_R}{n_{\text{allèles}}}$$

2) Calcul des fréquences alléliques à la campagne

$$f_R = \frac{n_R}{n_{\text{allèles}}} = \frac{n_{RS} + 2n_{RR}}{2N}$$

$$f_R = \frac{11 + 2 \times 1}{2 \times 74} = 0,088$$

2) Calcul des fréquences alléliques à la campagne

$$f_R = \frac{n_R}{n_{\text{allèles}}} = \frac{n_{RS} + 2n_{RR}}{2N}$$

$$f_R = \frac{11 + 2 \times 1}{2 \times 74} = 0,088$$

$$f_S = \frac{n_S}{n_{\text{allèles}}} = \frac{n_{RS} + 2n_{SS}}{2N}$$

$$f_S = \frac{62 + 2 \times 6}{2 \times 74} = 0,912$$

2) Calcul des fréquences alléliques à la campagne

$$f_R = \frac{n_R}{n_{\text{allèles}}} = \frac{n_{RS} + 2n_{RR}}{2N}$$

$$f_R = \frac{11 + 2 \times 1}{2 \times 74} = 0,088 \leftarrow \text{Alias p !}$$

$$f_S = \frac{n_S}{n_{\text{allèles}}} = \frac{n_{RS} + 2n_{SS}}{2N}$$

$$f_S = \frac{62 + 2 \times 6}{2 \times 74} = 0,912 \leftarrow \text{Alias q !}$$

3) Calcul des fréquences génotypiques théoriques si HW s'appliquait

Hypothèse : les conditions de HW s'appliquent.

Alors : $f_{RR} = f_R^2 = 0,088^2 = 0,008$

$$f_{SS} = f_S^2 = 0,912^2 = 0,831$$

$$f_{RS} = 2f_Rf_S = 2 \times 0,088 \times 0,912 = 0,161$$

4) Comparaison entre fréquences observées et théoriques

Génotypes	Fréquences génotypiques	
	réelles	de HW
(R//R)	0,01	0,008
(R//S)	0,15	0,161
(S//S)	0,84	0,831

4) Comparaison entre fréquences observées et théoriques

Génotypes	Fréquences génotypiques	
	réelles	de HW
(R//R)	0,01	0,008
(R//S)	0,15	0,161
(S//S)	0,84	0,831

Les chiffres réels et théoriques sont proches : la population de moustiques de la campagne suit la loi de Hardy-Weinberg.

5) Mêmes calculs pour la population urbaine

Génotypes	Fréquences génotypiques	
	réelles	de HW
(R//R)	0,01	0,058
(R//S)	0,46	0,366
(S//S)	0,53	0,576

5) Mêmes calculs pour la population urbaine

Génotypes	Fréquences génotypiques	
	réelles	de HW
(R//R)	0,01	0,058
(R//S)	0,46	0,366
(S//S)	0,53	0, 576

Beaucoup plus de (R//S) observés que de (R//S) calculés en appliquant le modèle de Hardy-Weinberg : la population n'est pas à l'équilibre de Hardy-Weinberg.

5) Même calculs pour la population urbaine

Génotypes	Fréquences génotypiques	
	réelles	de HW
(R//R)	0,01	0,058
(R//S)	0,46	0,366
(S//S)	0,53	0,576

Beaucoup plus de (R//S) observés que de (R//S) calculés en appliquant le modèle de Hardy-Weinberg : la population n'est pas à l'équilibre de Hardy-Weinberg.

En ville, les moustiques résistants aux insecticides ont un avantage sur les autres, donc les moustiques (R//S) survivent mieux que les moustiques (S//S). Les moustiques (R//S) sont **sélectionnés**.

Si une population remplit au moins les conditions suivantes :

- population de grande taille (pas de dérive génétique)
- pas de mutation (ou au moins négligeable à l'échelle de temps utilisée)

Alors la fréquence des allèles est constante en fonction du temps dans la population.

Si une population remplit au moins les conditions suivantes :

- population de grande taille (pas de dérive génétique)
- pas de mutation (ou au moins négligeable à l'échelle de temps utilisée)
- **pas de sélection naturelle**

Alors la fréquence des allèles est constante en fonction du temps dans la population.

Si une population remplit les conditions suivantes :

- population de grande taille (pas de dérive génétique)
- pas de mutation (ou au moins négligeable à l'échelle de temps utilisée)
- pas de sélection naturelle
- **pas de migration**

Alors la fréquence des allèles est constante en fonction du temps dans la population.

Exemple 2 : invasion de l'écrevisse de Louisiane en Chine

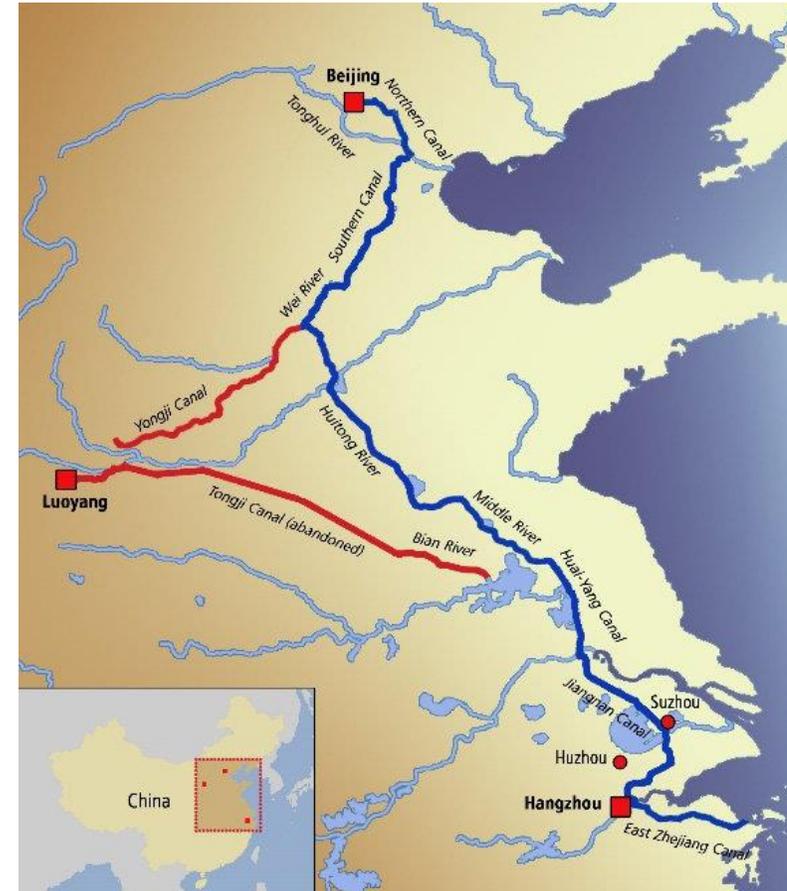
La Chine dispose d'un système de canaux reliant les différents grand fleuves du pays. L'écrevisse de Louisiane les a utilisés pour envahir l'ensemble de l'Est de la Chine à partir d'un seul évènement de colonisation en provenance du Japon, en 1920.

Montrer que les populations d'écrevisses ne sont pas restées à l'équilibre de Hardy-Weinberg depuis le début de l'invasion et expliquer quelle est la force évolutive qui a joué.



Longueur : environ 10 cm

Source: muséum national d'histoire naturelle



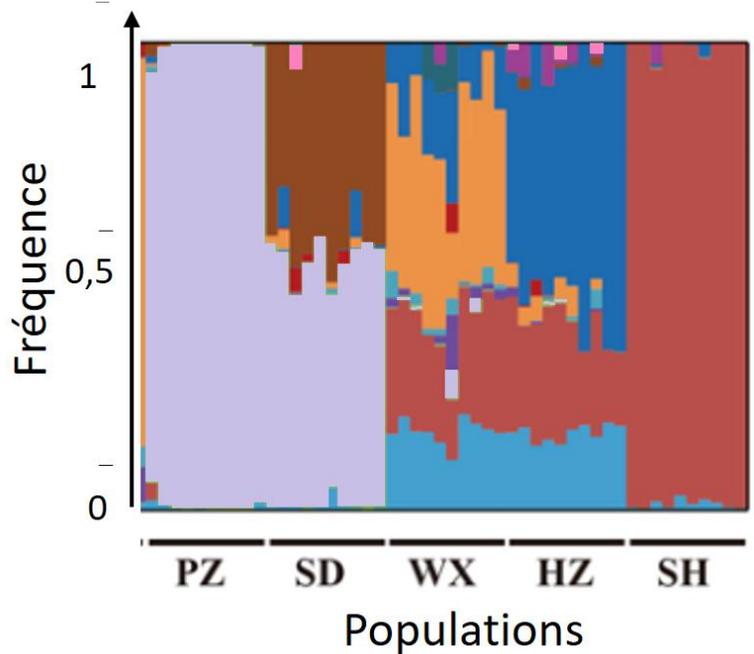
Source: Porfyriou et al, Heritage 2019

Exemple 2 : invasion de l'écrevisse de Louisiane en Chine

La Chine dispose d'un système de canaux reliant les différents grand fleuves du pays. L'écrevisse de Louisiane les a utilisés pour envahir l'ensemble de l'Est de la Chine à partir d'un seul évènement de colonisation en provenance du Japon, en 1920.

Montrer que les populations d'écrevisses ne sont pas restées à l'équilibre de Hardy-Weinberg depuis de le début de l'invasion et expliquer quelle est la force évolutive qui a joué.

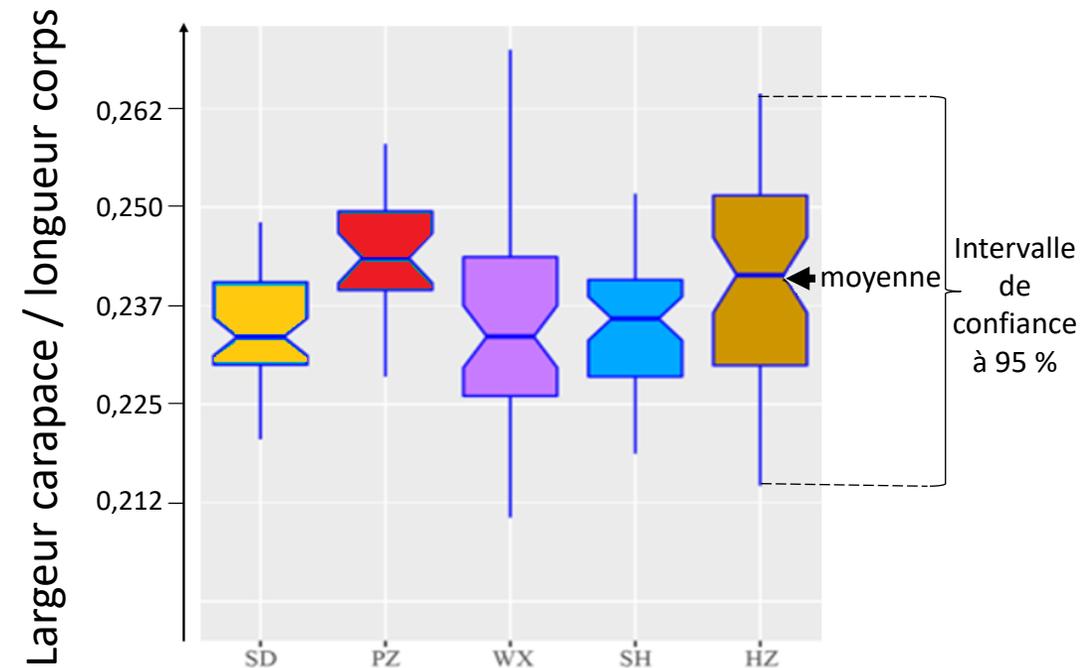
Fréquences alléliques dans cinq populations d'écrevisse en Chine (chaque couleur = un allèle)



Modalités de la colonisation

Les canaux disposent d'écluses qui gênent la migration des écrevisses. La colonisation d'une rivière à une autre se fait souvent par quelques écrevisses transportées accidentellement par un bateau. La population colonisatrice est donc souvent de faible effectif.

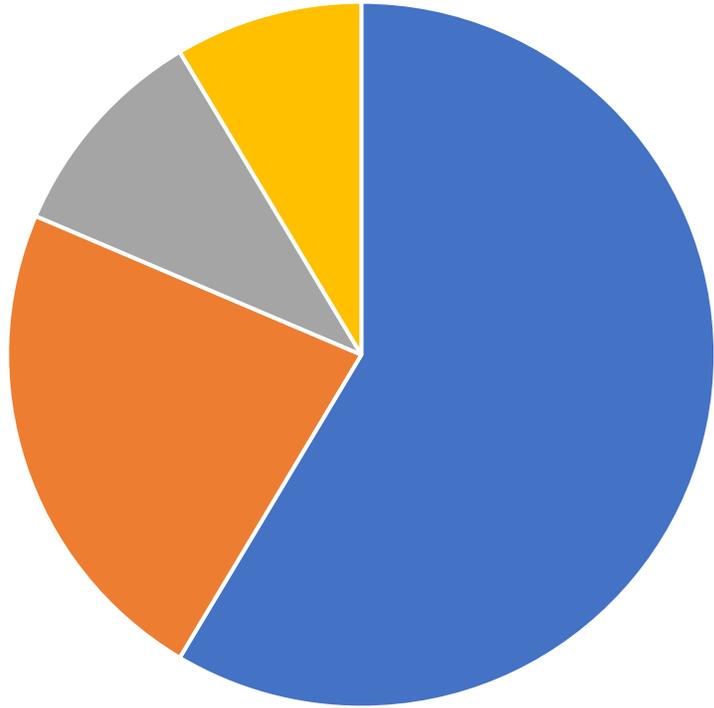
Comparaison d'une caractéristique phénotypique dans les cinq populations



Variation de la fréquence des allèles par dérive génétique dans les populations colonisatrices d'écrevisse de Louisiane

Spé

Population initiale variée

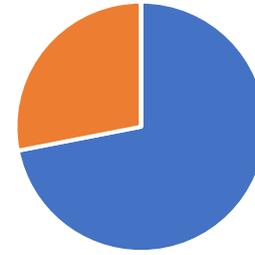


chaque couleur : un génotype

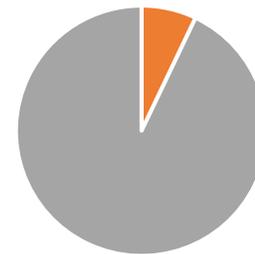
1) colonisation par de petites populations



2) dérive génétique : perte de diversité



caractéristiques morphologiques proches



Conclusion

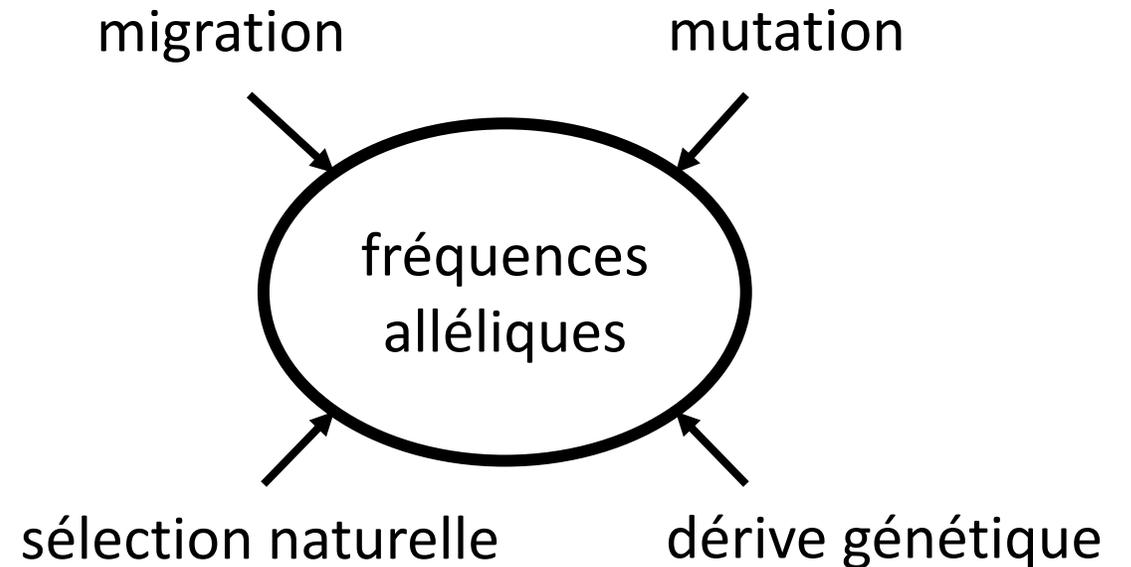
Enseignement scientifique

Loi de Hardy-Weinberg :

- fréquences alléliques stables (4 conditions)
- prédiction des fréquences génotypiques
- si écart entre prédictions et réalité : population pas à l'équilibre

Spécialité

Quatre forces évolutives font varier la fréquences des allèles :



Diaporama conçu par Quentin Verdon à partir des sources suivantes :

- *Bkache et al, Pest Manag Sci, 2019*
- *Gomez et al, Ecology and Evolution, 2012*
- *Weber et al, Current biology, 2000*
- *Yi et al, Scientific reports, 2017*
- *<https://biologydictionary.net/genetic-drift/>, consulté le 30/10/2020*
- *Images provenant des sites de l'Inserm et du MNHN.*

Correction de la démonstration pour le calcul de la fréquence de l'allèle B

Calcul des fréquences alléliques de la deuxième génération

À la première génération :

$$f_A = p$$

$$f_B = q$$

$$f_B = \frac{n_B}{2N}$$

Mais $n_B = n_{B \text{ venant des } (B//B)} + n_{B \text{ venant des } (A//B)}$

$$n_B = 2n_{(B//B)} + n_{(A//B)}$$

$$n_B = 2Nf_{(B//B)} + Nf_{(A//B)}$$

À la deuxième génération :

$$f_{(A//A)} = p^2$$

$$f_{(B//B)} = q^2$$

$$f_{(A//B)} = pq + pq = 2pq$$

$$f_B = \frac{n_B}{2N} = \frac{2Nf_{(B//B)} + Nf_{(A//B)}}{2N} = \frac{N(2f_{(B//B)} + f_{(A//B)})}{2N}$$

$$f_B = f_{(B//B)} + \frac{1}{2} f_{(A//B)} = q^2 + pq = q(p+q) = q$$