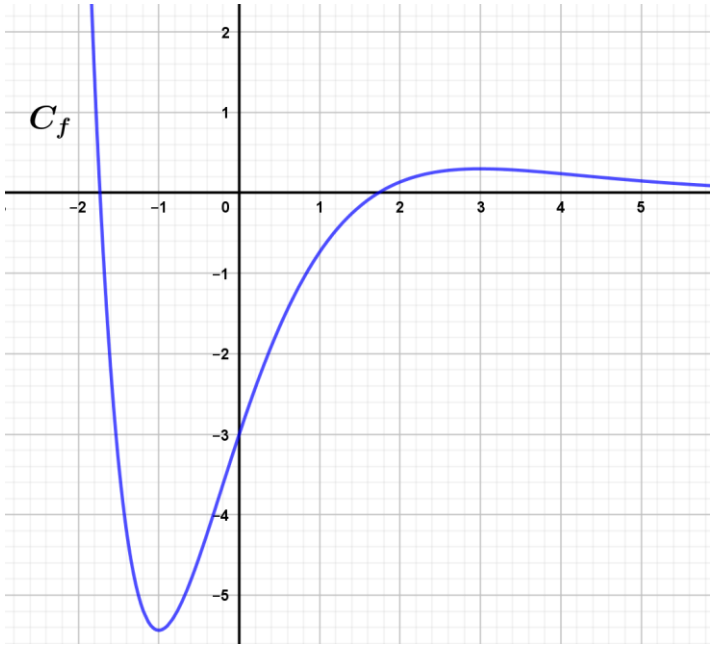
Une fonction f



$$f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$$

x	f(x)
-2	7,39
-1	-5,44
0	-3,00
1	-0,74
2	0,14
3	0,30
4	0,24
5	0,15
6	0,08
7	0,04

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
Variations de f	$+\infty$	↘	$-2e$	↗	$6e^{-3}$	↘	0

NOTATIONS

Dans chacune des questions de cette série :

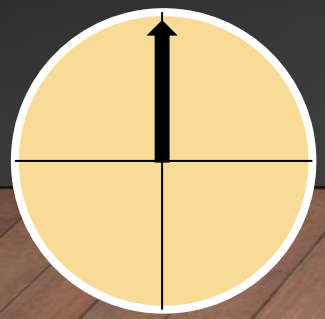
- f désigne une fonction définie sur $\mathbb{R}$;
- C_f désigne la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère ;
- f' désigne la fonction dérivée de f.

QUESTION 1

f est définie par :

$$f(x) = \sqrt{5 + x^2}.$$

Le point $A(-1; 2)$ appartient-il à C_f ?

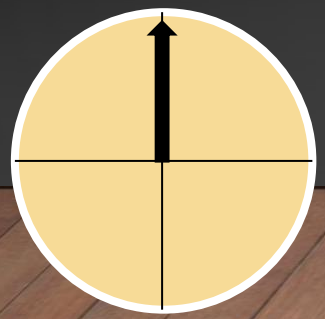


QUESTION 2

f est définie par :

$$f(x) = \frac{1}{e^{2x}}.$$

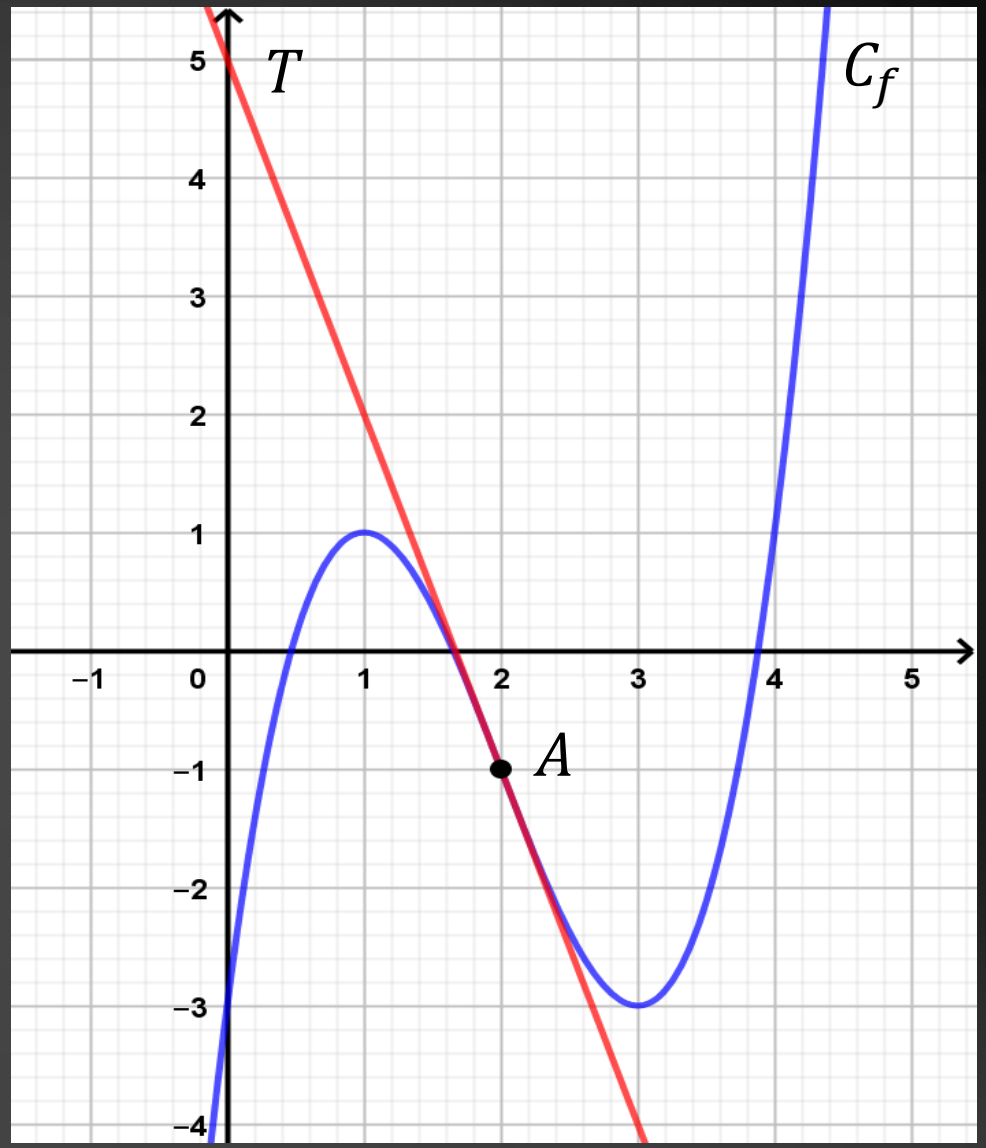
Calculer $f'(x)$.

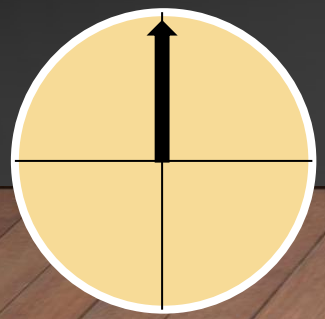


QUESTION 3

T est la tangente à C_f au point A d'abscisse 2.

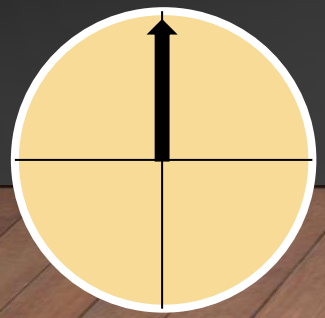
Déterminer graphiquement $f'(2)$.





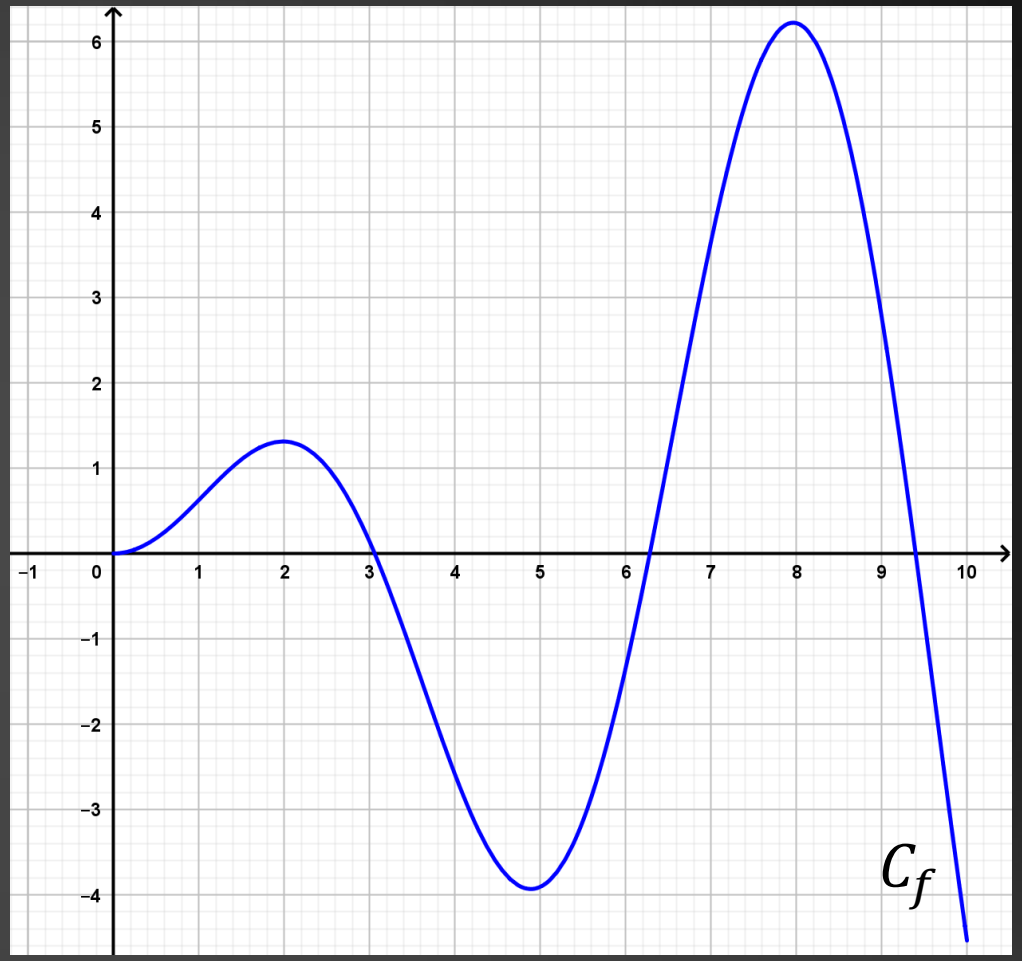
QUESTION 4

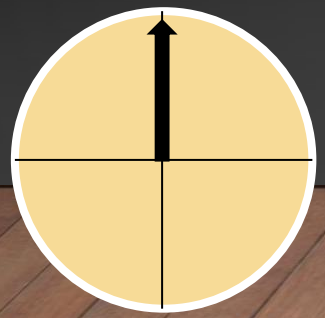
Représenter la courbe d'une fonction définie sur l'intervalle $[-5; 3]$, croissante et négative.



QUESTION 5

Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[0; 10]$.





Lien entre signe de la dérivée et variations

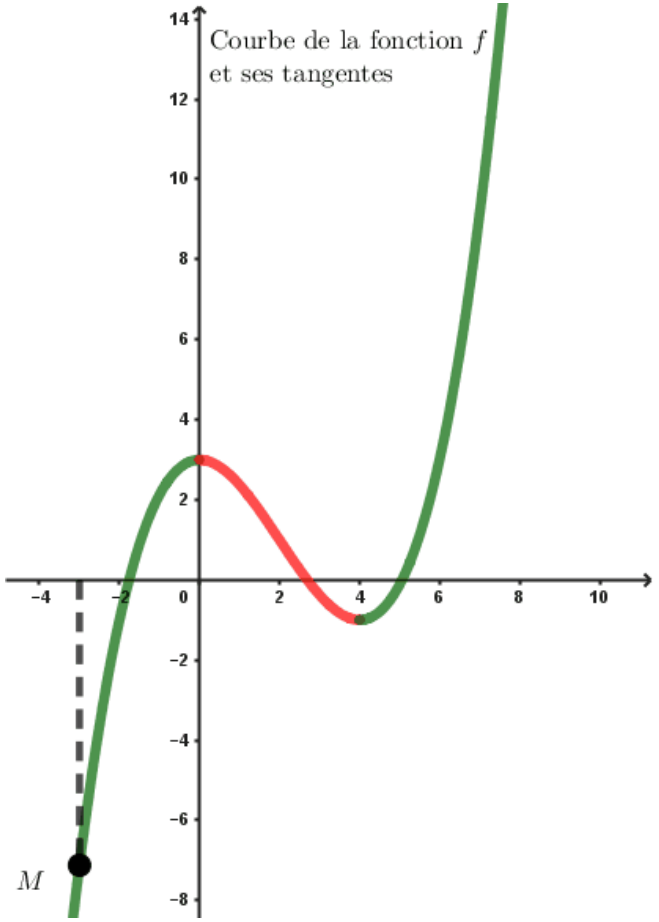
Propriété

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

Si pour tout réel x dans l'intervalle I, on a :

- $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur l'intervalle I.
- $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur l'intervalle I.
- $f'(x) = 0$ alors f est constante sur l'intervalle I.

Étudier le sens de variation d'une fonction



Equation de la forme $f(x) = k$: existence de solution

Théorème des valeurs intermédiaires :

Soient f une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux réels de l'intervalle I .

Alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution dans l'intervalle I.

Exemple

x	$-\infty$	-1	2	4
Variations de f	$+\infty$	-3	-2	-5

Équation de la forme $f(x) = k$ ou $f(x) = g(x)$: existence et unicité d'une solution.

Corollaire du théorème des valeurs intermédiaires :

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$.

Alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$ l'équation $f(x) = k$ admet exactement une solution dans l'intervalle $[a; b]$.

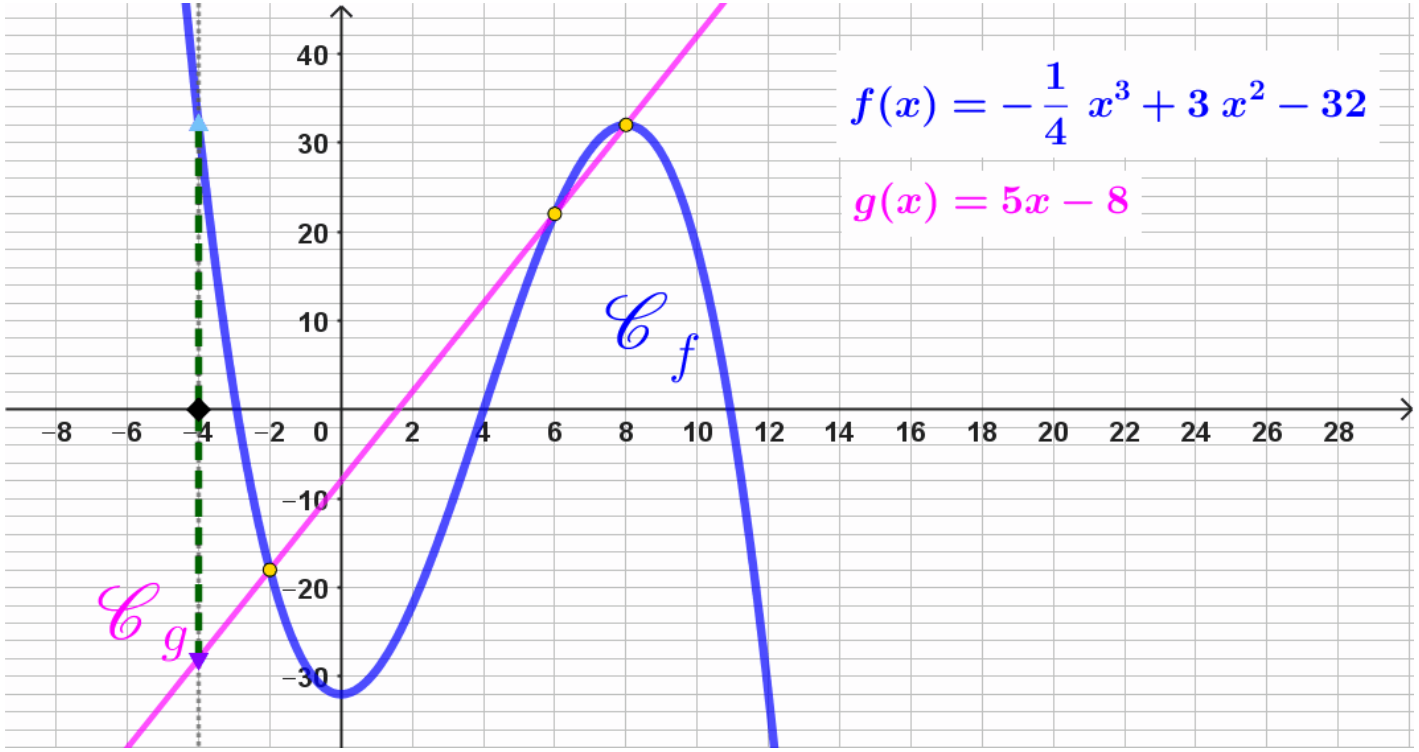
Exemple

x	$-\infty$	-1	2	4
Variations de f	$+\infty$	-3	-2	-5

Position relative de deux courbes

Position relative de deux courbes

x	$-\infty$		-2		6		8		$+\infty$
$f(x)-g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	



Comment est-ce présenté dans les sujets du baccalauréat ?

Exemple :

- « *Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.* »

Affirmation 1

La courbe ci-dessous est celle de la dérivée d'une fonction f.

Affirmation 1

« La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0; 10]$. »

Affirmation 2

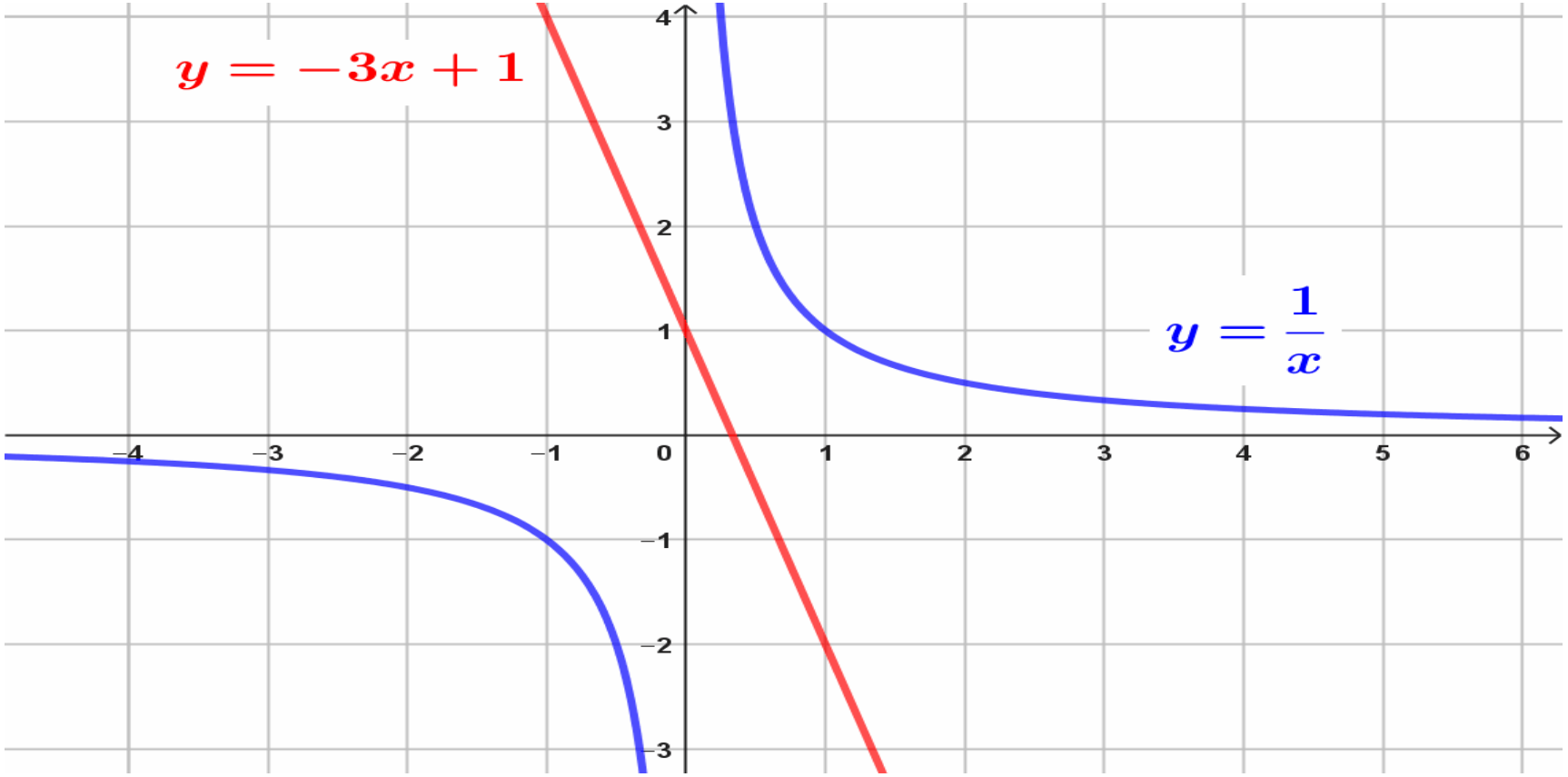
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$

et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Affirmation 2

« Il existe un point de la courbe où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = -3x + 1$. »

« Il existe un point de la courbe où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = -3x + 1$. »



Affirmation 3

Affirmation 3

« L'équation $\ln(6x-2)-\ln(2x-1)=\ln(x)$

admet deux solutions. »

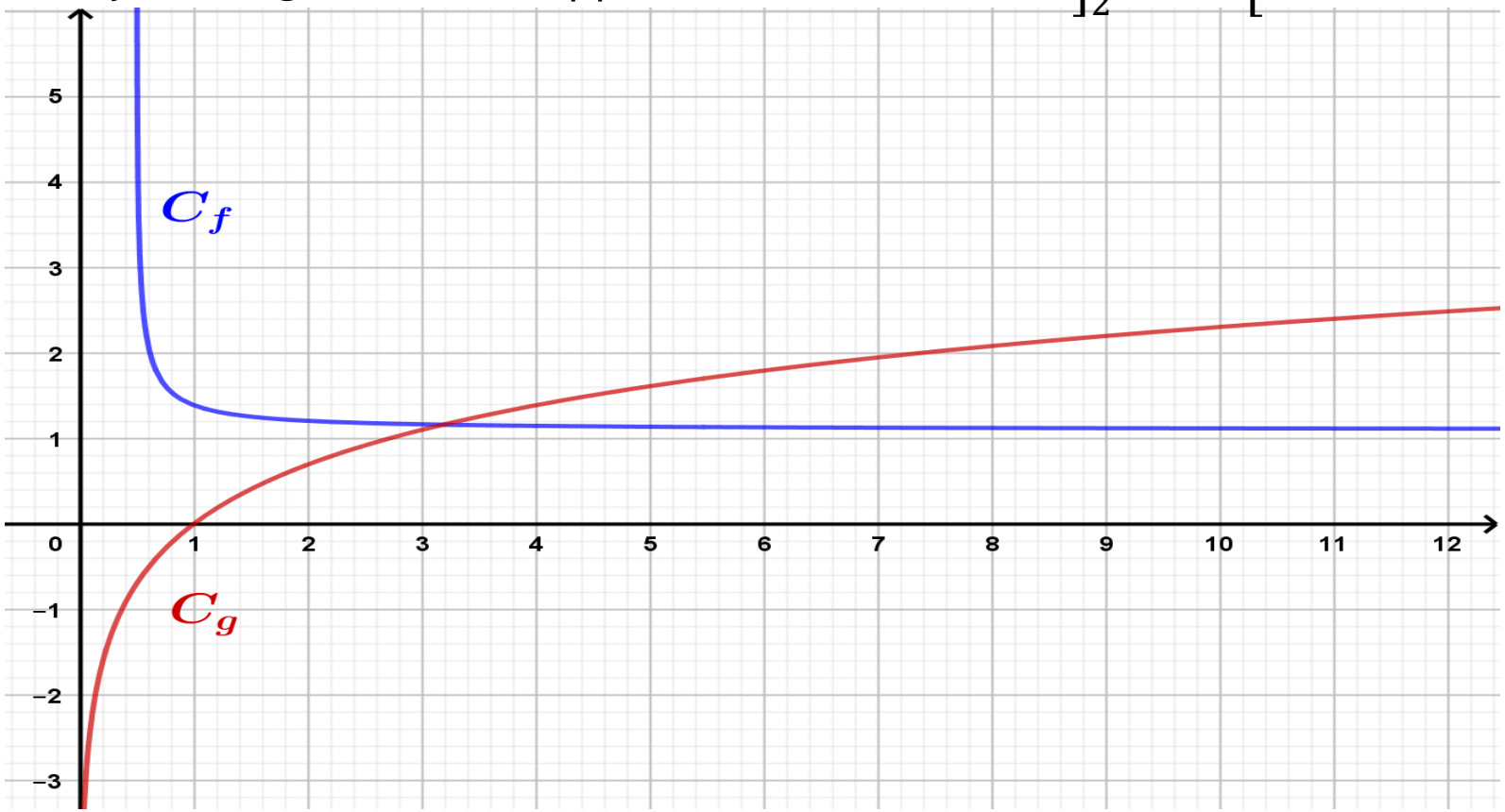
« L'équation $\ln(6x-2)-\ln(2x-1)=\ln(x)$ admet deux solutions. »

f est définie sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ par $f(x)=\ln(6x-2)-\ln(2x-1)$;

g est définie sur l'intervalle $]0;\,+\infty[$ par $g(x)=\ln(x)$.

On se place donc sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

L'équation s'écrit aussi $f(x)=g(x)$ avec x appartenant à l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$

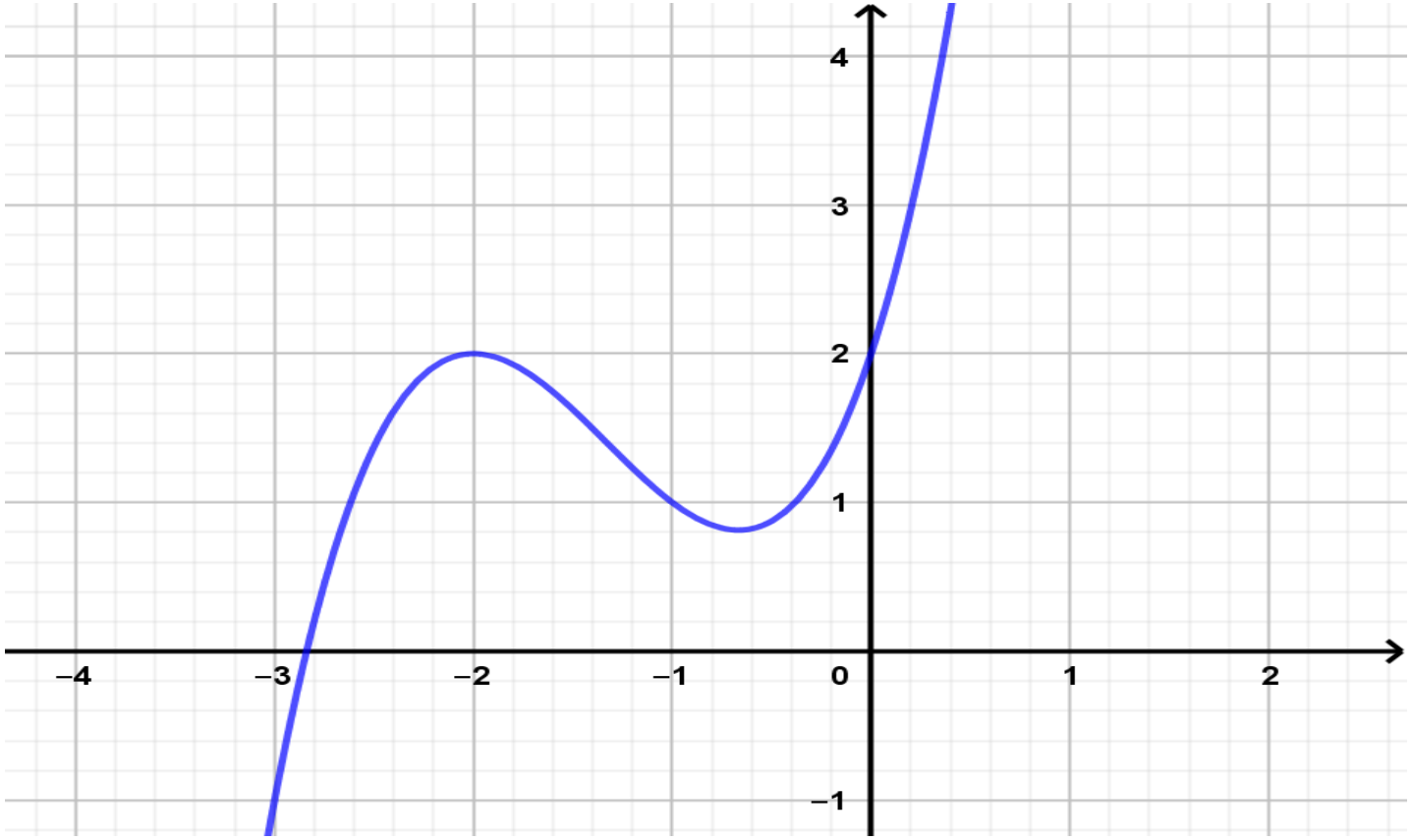


Affirmation 4

Affirmation 4

« L'équation $x^3 + 4x^2 + 4x + 2 = 0$ a exactement trois solutions réelles. »

« L'équation $x^3 + 4x^2 + 4x + 2 = 0$ a exactement trois solutions réelles. »

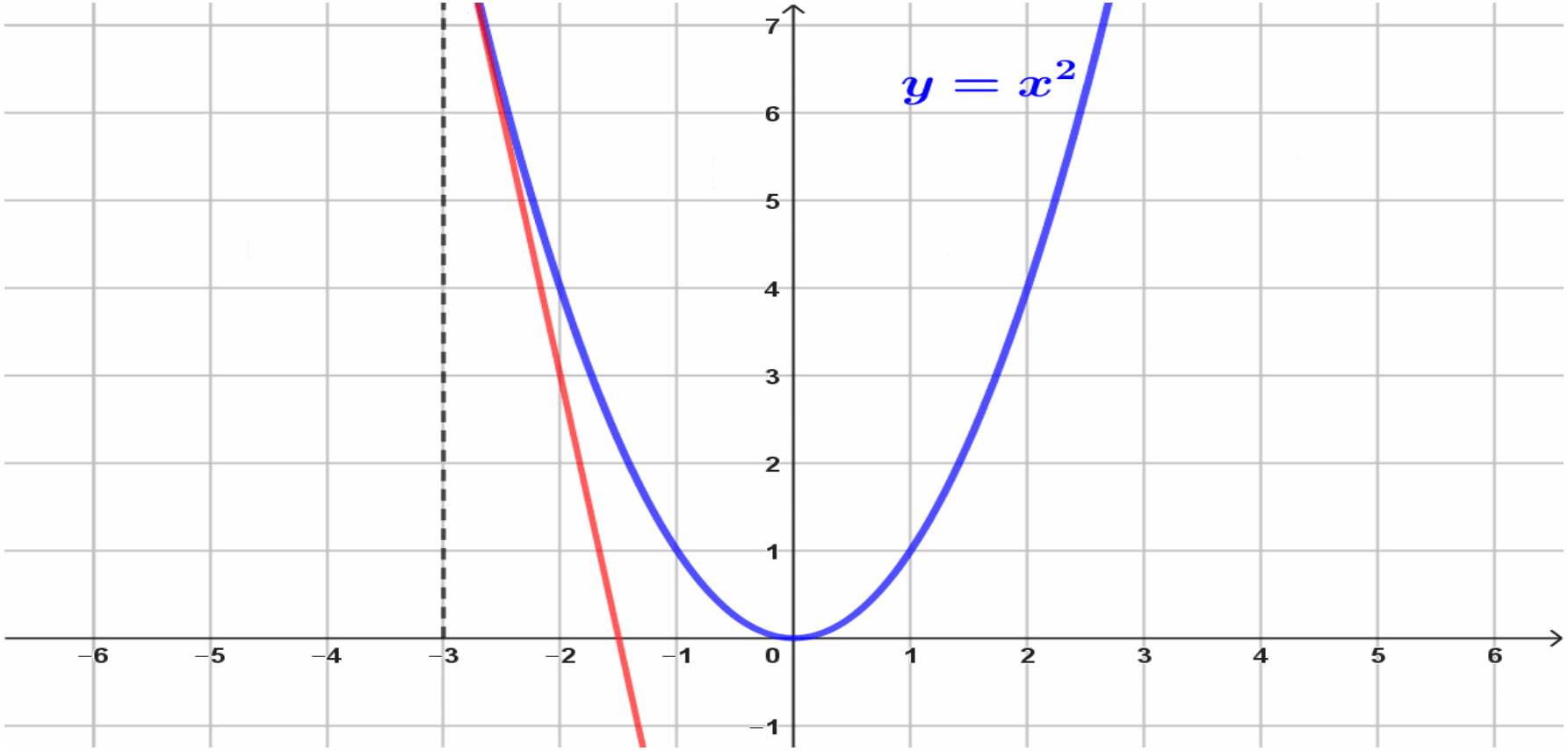


Affirmation 5

Affirmation 5

« La courbe représentant la fonction carré est au dessus de toutes ses tangentes. »

« La courbe représentant la fonction carré est au dessus de toutes ses tangentes. »



Affirmation 6

Pour tout entier naturel k non nul, on note f_k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_k(x) = x + k\,e^{-x}$.

Affirmation 6

« Pour tout entier naturel k non nul, la fonction f_k admet un minimum sur $\mathbb{R}$ »

En notant x_k l'abscisse de ce minimum,

« les points $A_k(x_k\ ;\ f(x_k))$ sont alignés (k décrit $\mathbb{N}^*$) ».